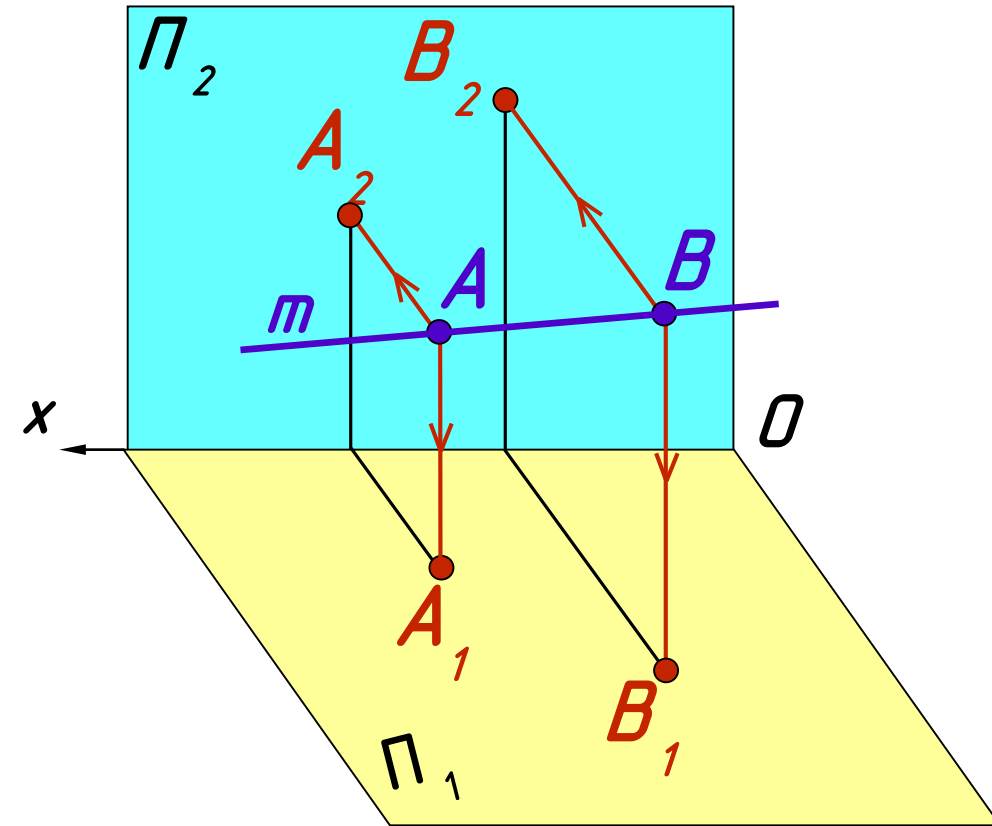


Лекция 2

Проекции прямой

Проекции прямой

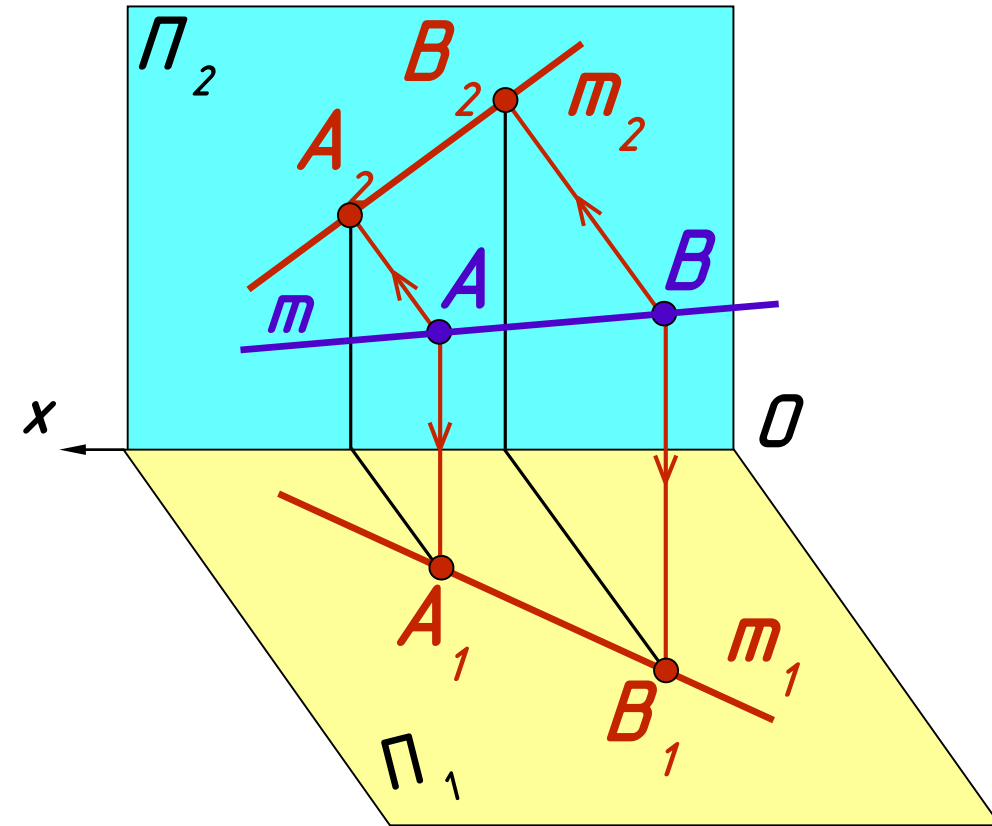
Пространственная картина



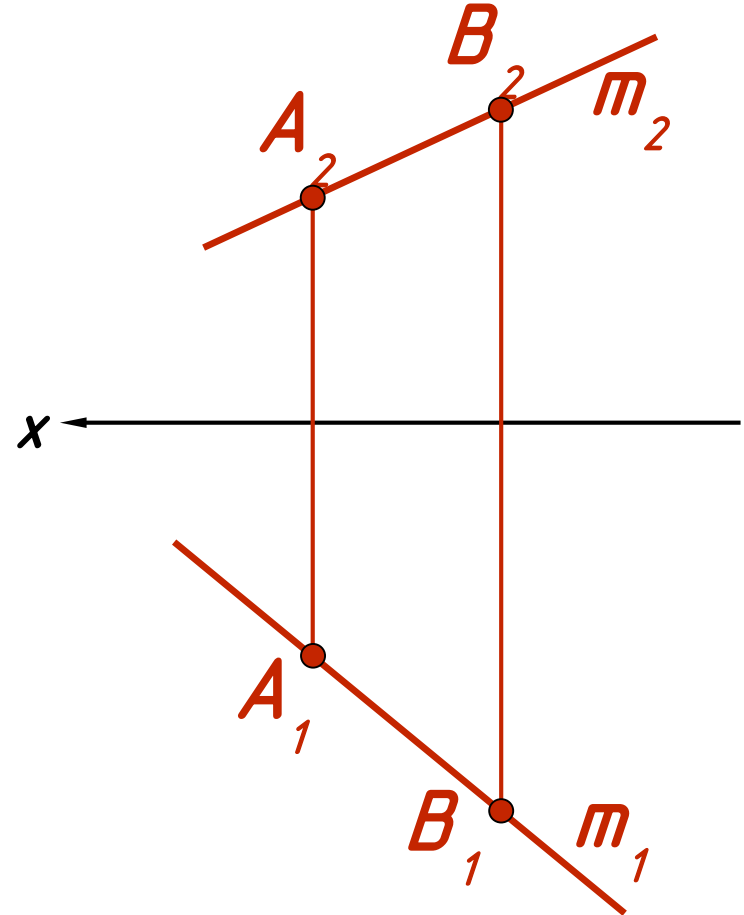
Положение прямой m в пространстве определяют две произвольные точки A и B , лежащие на этой прямой. Это наиболее удобный способ задания прямой. Прямая линия m считается заданной, если на комплексном чертеже построить проекции двух ее точек A и B

Проекции прямой

Пространственная картина



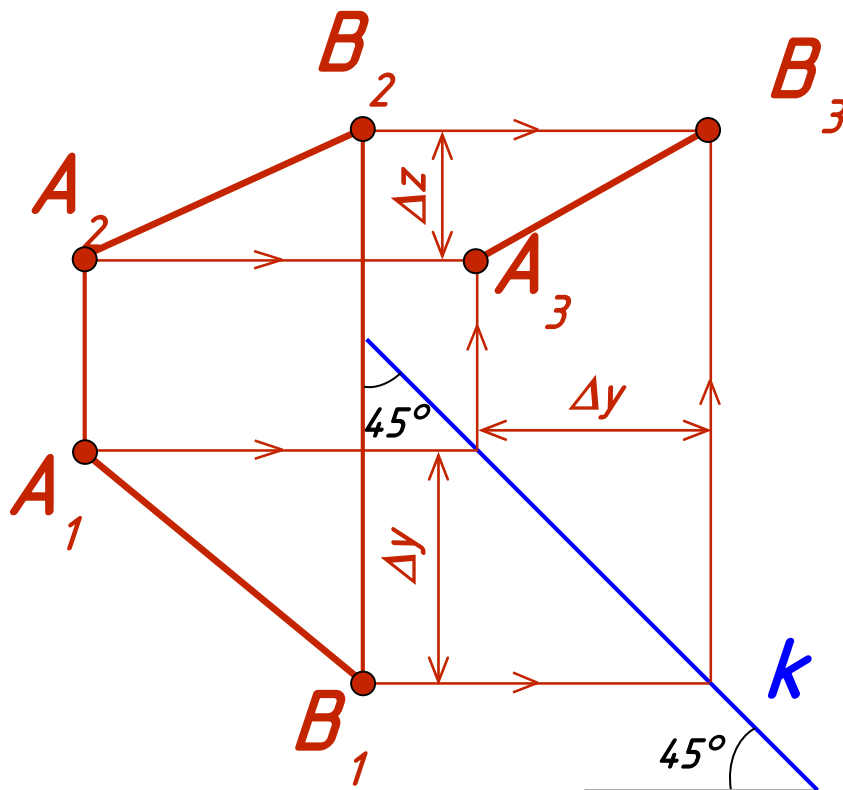
Комплексный чертеж



Проекции прямой m проходят через пары соответствующих проекций точек: горизонтальная проекция прямой m_1 – через A_1 и B_1 ; фронтальная проекция прямой m_2 – через A_2 и B_2

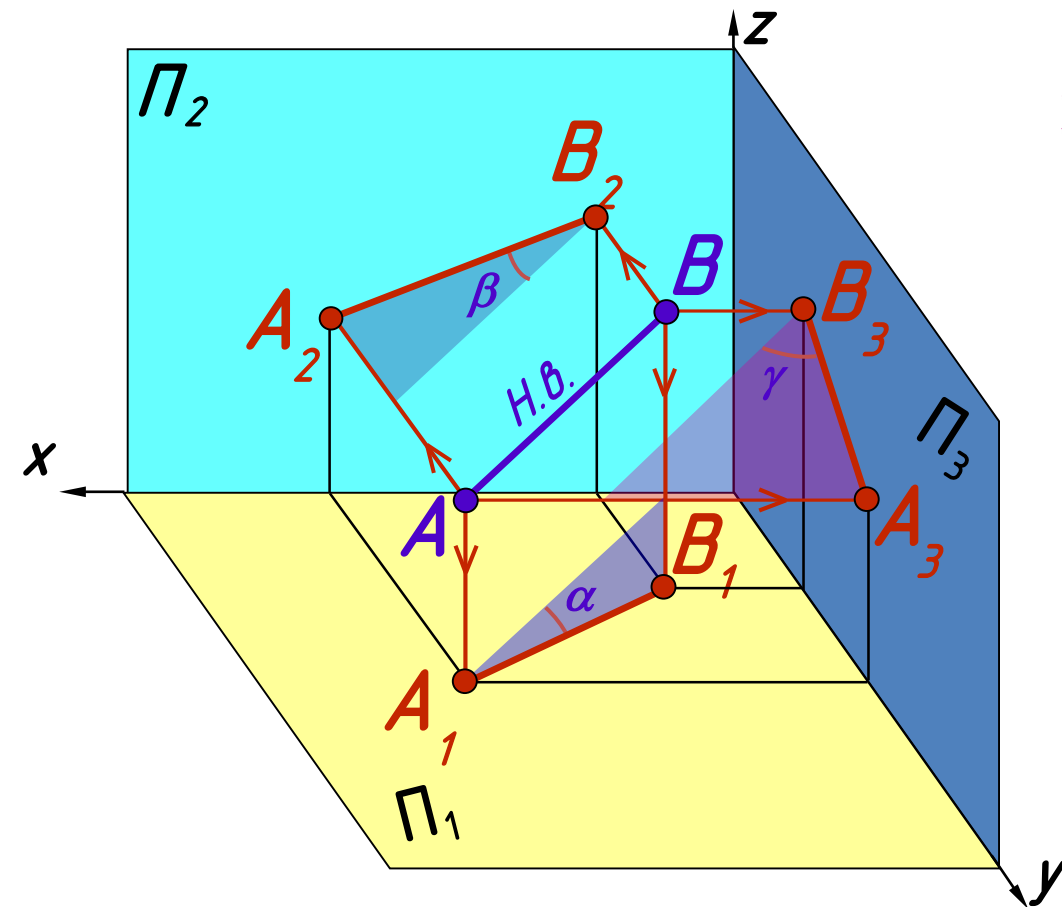
Безосный чертеж

Безосным называется чертеж, на котором отсутствуют оси проекций



Для построения профильной проекции прямой на безосном чертеже проводят постоянную чертежа k под углом 45° . С ее помощью по линиям связи получают профильную проекцию прямой A_3B_3 , положение которой определяется разностями координат Δz и Δy

Положение прямой относительно плоскостей проекций



Метрические характеристики отрезка:

*н.в. – натуральная
величина отрезка;*

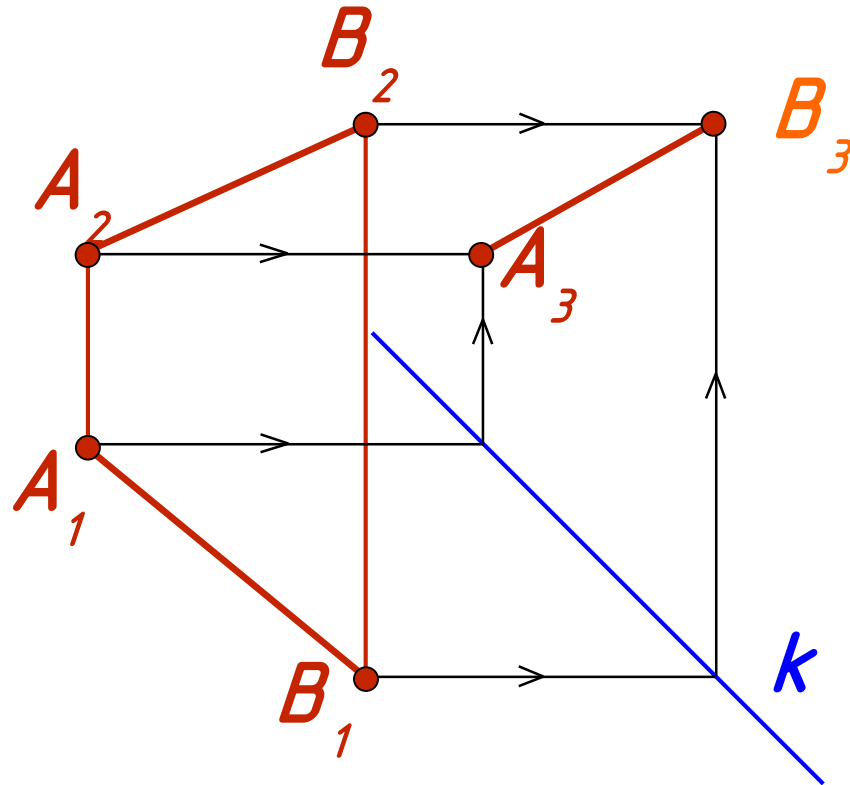
*α – угол наклона
отрезка к плоскости Π_1 ;*

*β – угол наклона
отрезка к плоскости Π_2 ;*

*γ – угол наклона
отрезка к плоскости Π_3*

Прямая общего положения

Прямая общего положения наклонена ко всем плоскостям проекций



На чертеже проекции отрезка прямой общего положения имеют искаженные метрические характеристики, ни одна из ее проекций не параллельна осям координат и не перпендикулярна к ним

Прямые частного положения

Прямая частного положения параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется **прямой уровня**:

<i>Горизонтальная прямая уровня (горизонталь)</i>	$h \parallel \Pi_1$
<i>Фронтальная прямая уровня (фронталь)</i>	$f \parallel \Pi_2$
<i>Профильная прямая</i>	$p \parallel \Pi_3$

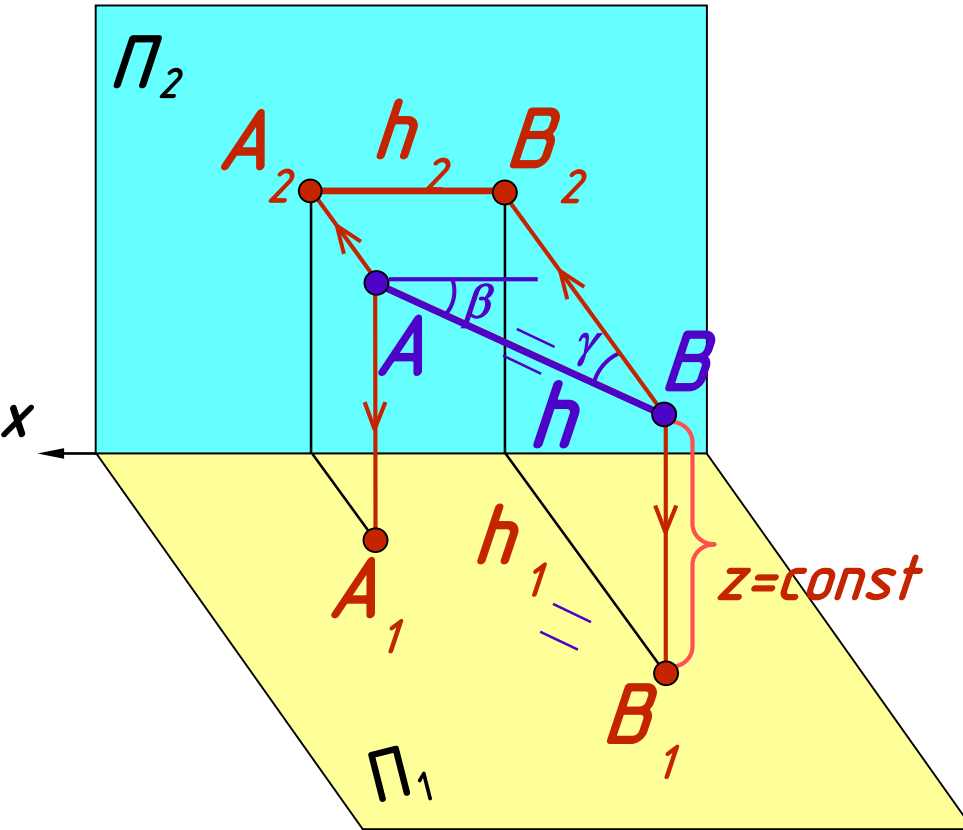
Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей прямой**:

<i>Горизонтально проецирующая прямая</i>	$\perp \Pi_1$
<i>Фронтально проецирующая прямая</i>	$\perp \Pi_2$
<i>Профильно проецирующая прямая</i>	$\perp \Pi_3$

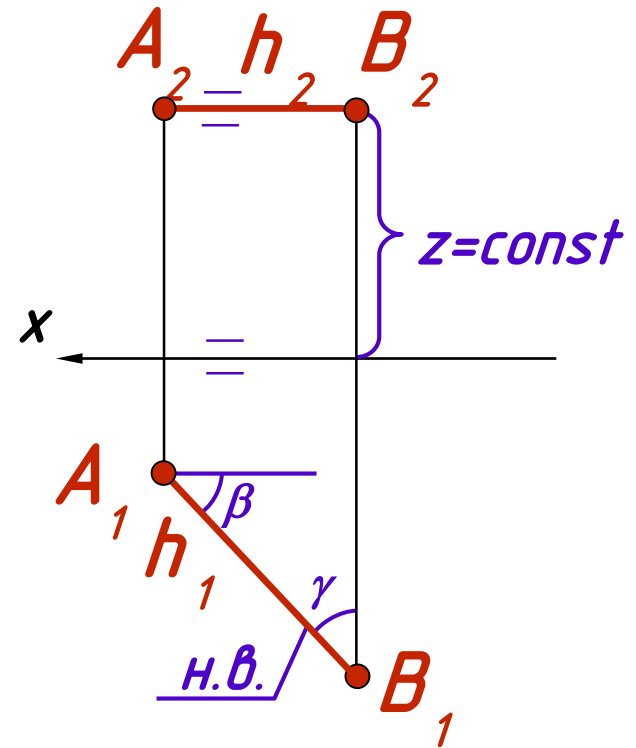
У прямой частного положения на комплексном чертеже определяются натуральные величины каких-либо ее характеристик. Прямая уровня проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой она параллельна. Одна из проекций проецирующей прямой вырождается в точку

Прямые уровня: горизонталь ($h \parallel \Pi_1$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж

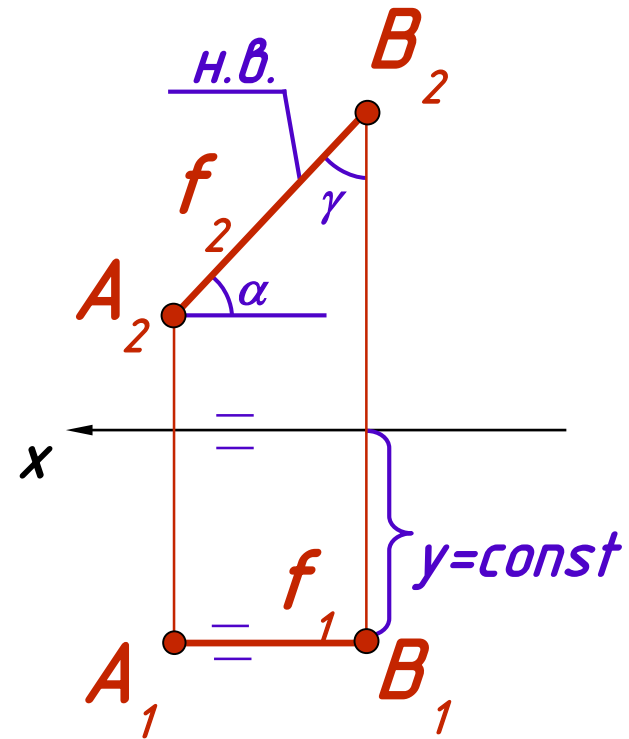
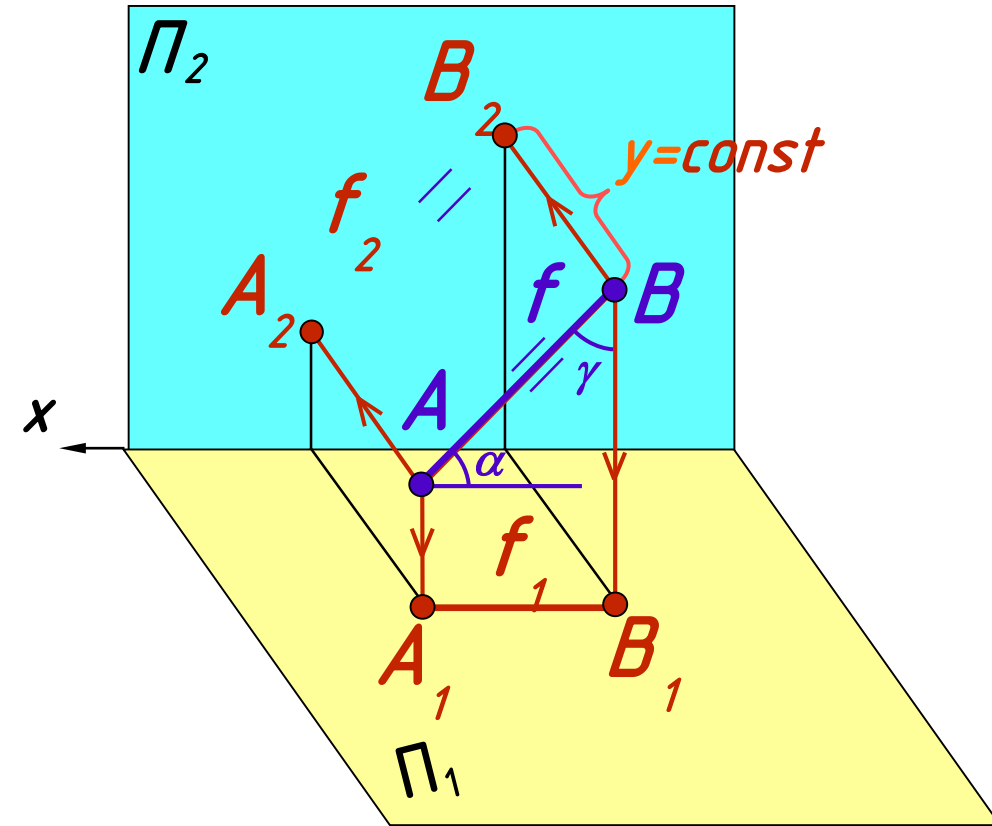


Все точки прямой AB равноудалены от горизонтальной плоскости проекций Π_1 и имеют одинаковую аппликату $z = \text{const}$. Фронтальная проекция горизонтали A_2B_2 параллельна оси x . Горизонтальная проекция горизонтали A_1B_1 , углы β и γ изображаются в натуральную величину на Π_1 .

Прямые уровня: фронталь ($f \parallel \Pi_2$)

Пространственная картина

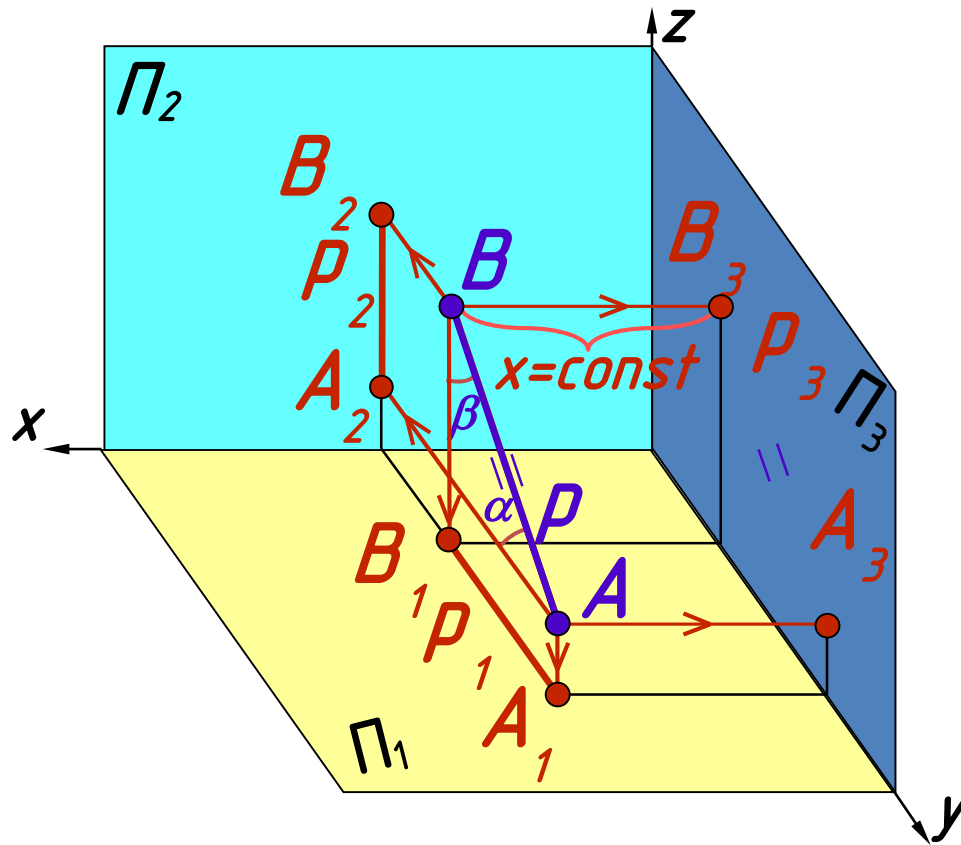
Комплексный чертеж



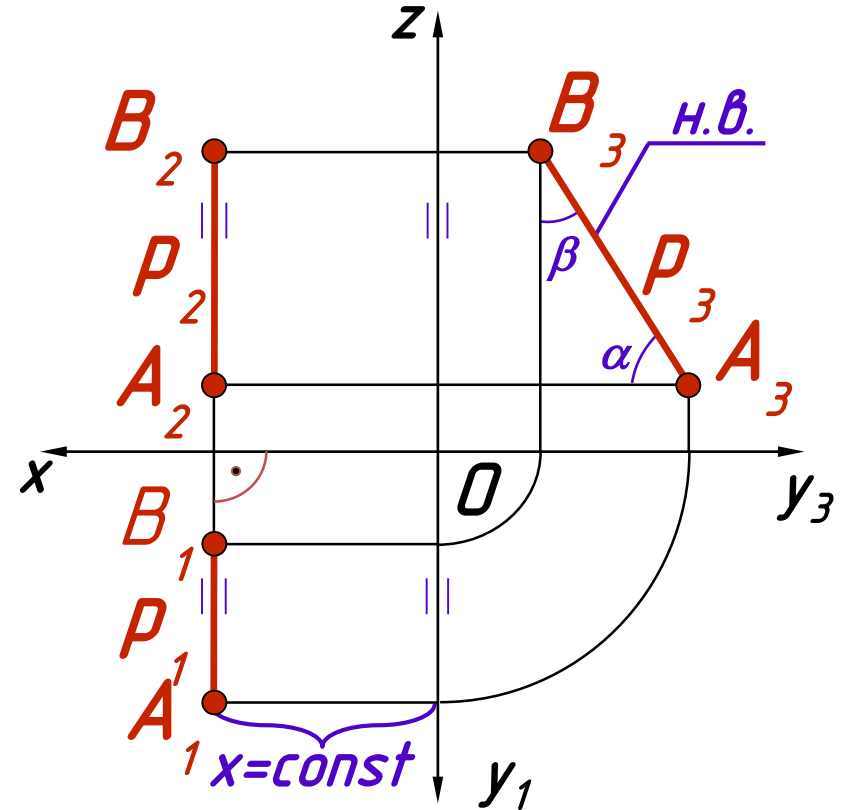
Все точки прямой AB равноудалены от фронтальной плоскости проекций Π_2 и имеют одинаковую координату y ($y = const$). Горизонтальная проекция фронтали A_1B_1 параллельна оси x . Фронтальная проекция фронтали A_2B_2 , углы α и γ изображаются в натуральную величину на Π_2 .

Прямые уровня: профильная прямая ($p \parallel \Pi_3$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж

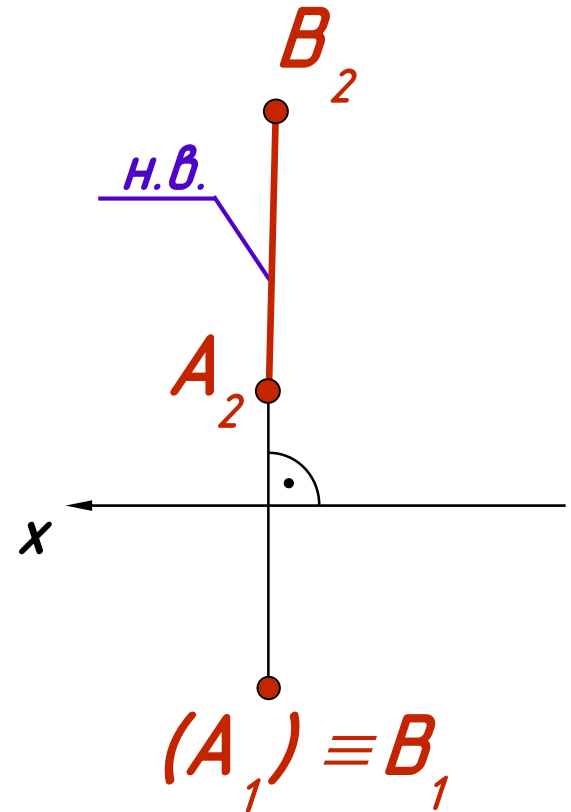
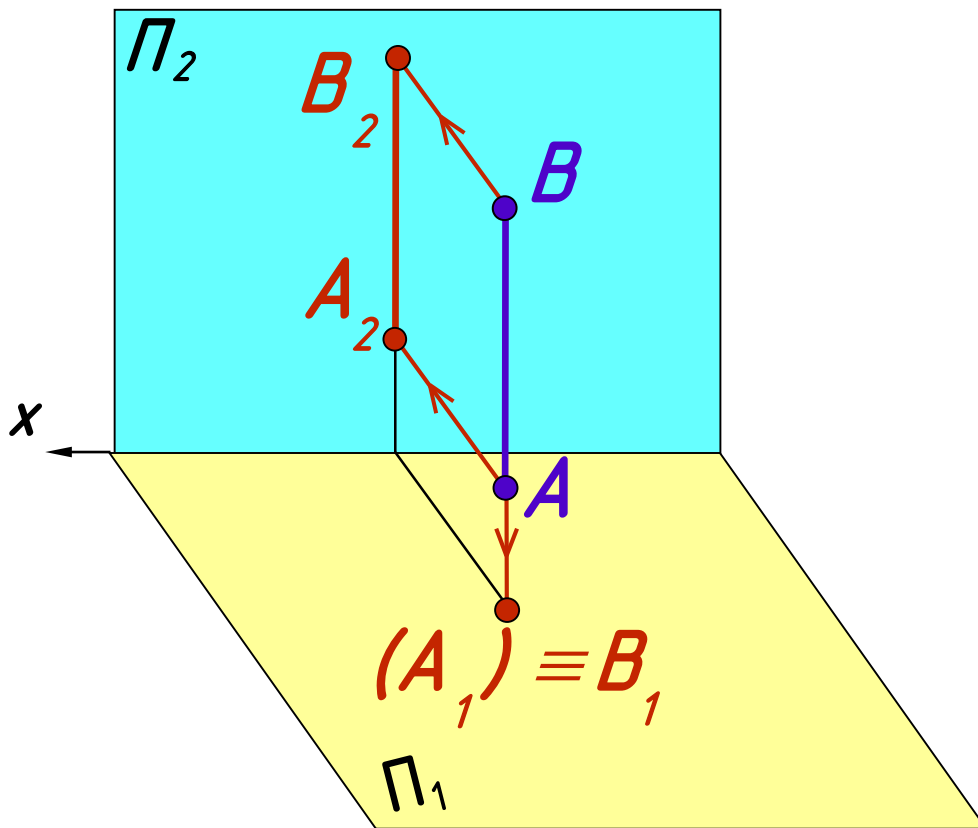


Все точки прямой AB равноудалены от профильной плоскости проекций Π_3 и имеют одинаковую координату x ($x = \text{const}$). Горизонтальная A_1B_1 и фронтальная A_2B_2 проекции прямой перпендикулярны оси x . Профильная проекция A_3B_3 , углы α и β имеют натуральную величину на Π_3 .

Горизонтально проецирующая прямая ($\perp \Pi_1$)

Пространственная картина

Комплексный чертеж

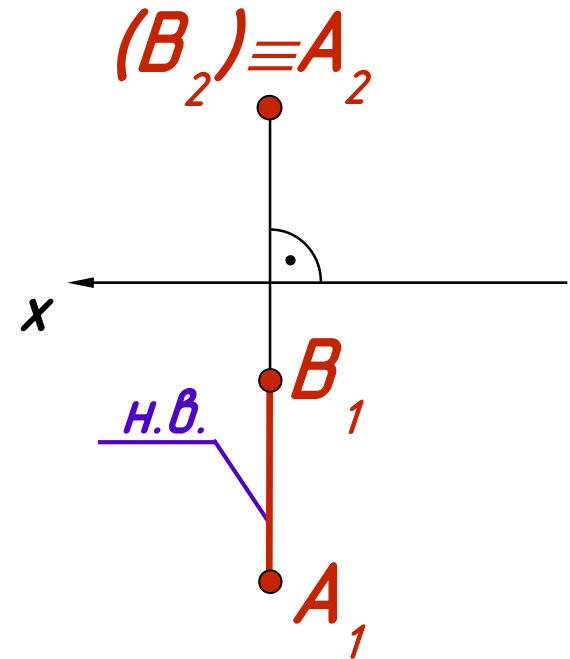
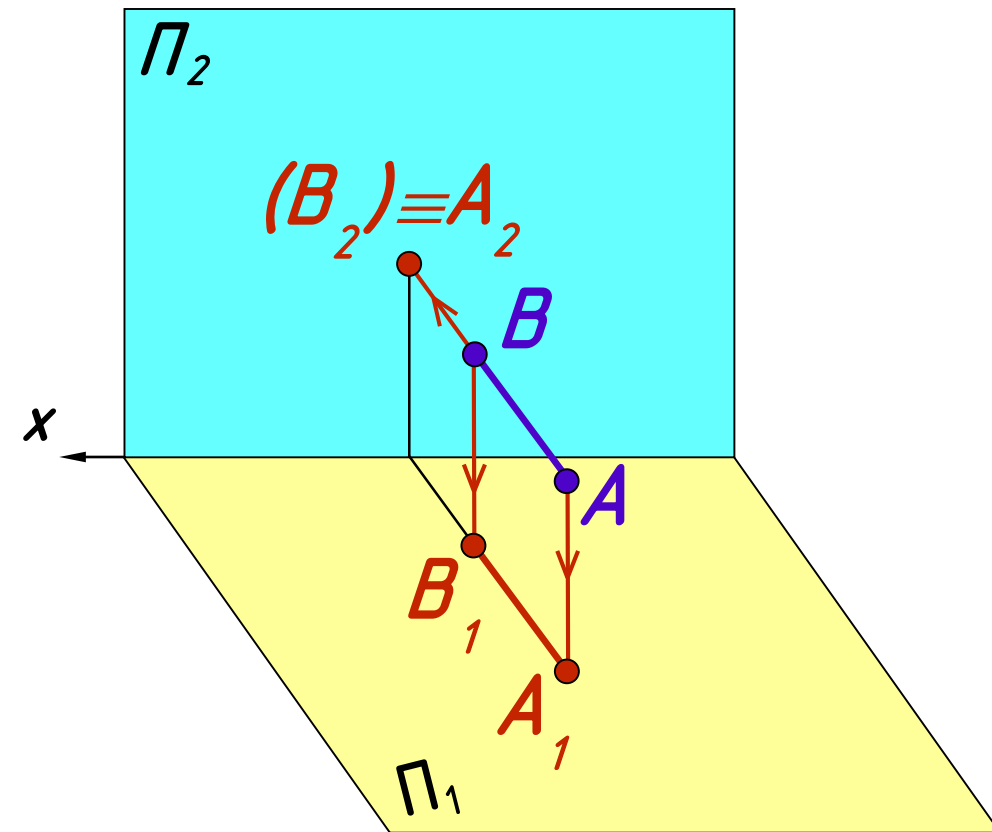


Прямая перпендикулярна Π_1 , поэтому ее горизонтальная проекция A_1B_1 вырождается в точку. Относительно Π_2 и Π_3 прямая параллельна и изображается на этих плоскостях проекций в натуральную величину. Проекция A_2B_2 перпендикулярна оси координат x

Фронтально проецирующая прямая ($\perp \Pi_2$)

Пространственная картина

Комплексный чертеж

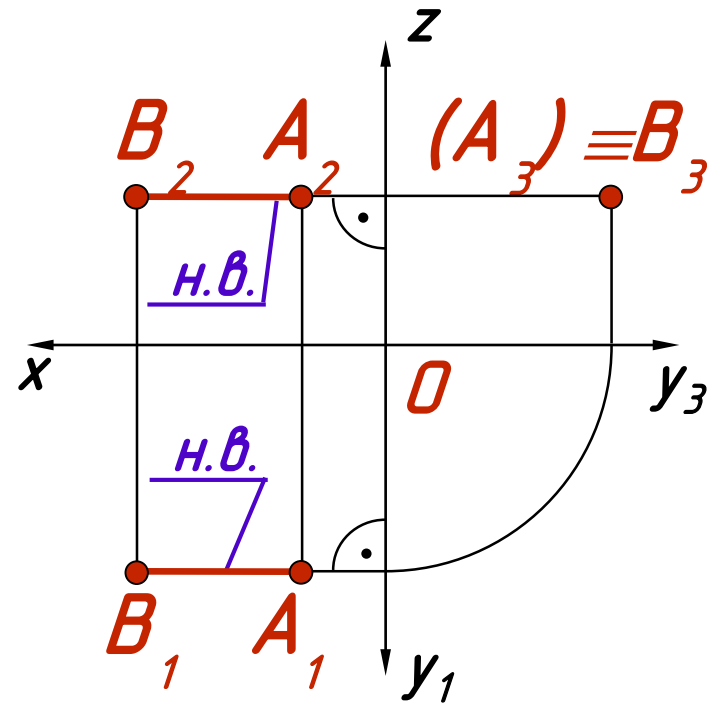
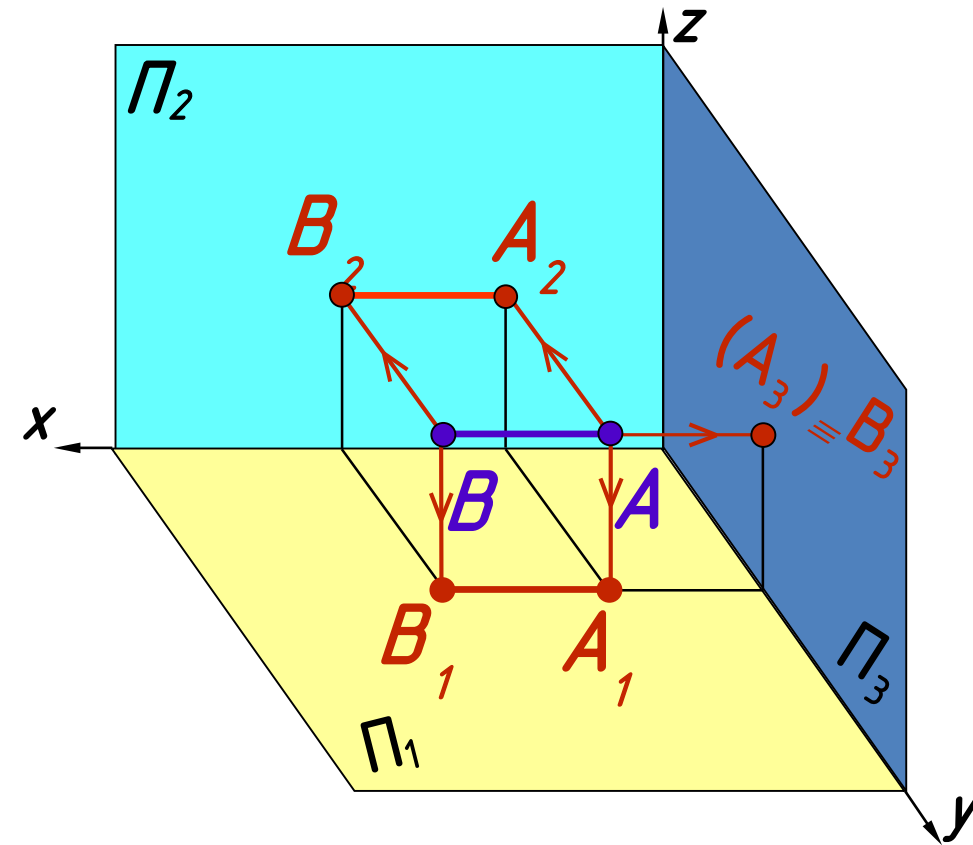


Прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций Π_2 и параллельна Π_1 и Π_3 . Фронтальная проекция A_2B_2 вырождается в точку. На Π_1 и Π_3 прямая проецируется в натуральную величину. Проекция A_1B_1 перпендикулярна оси координат x

Профильно проецирующая прямая ($\perp \Pi_3$)

Пространственная картина

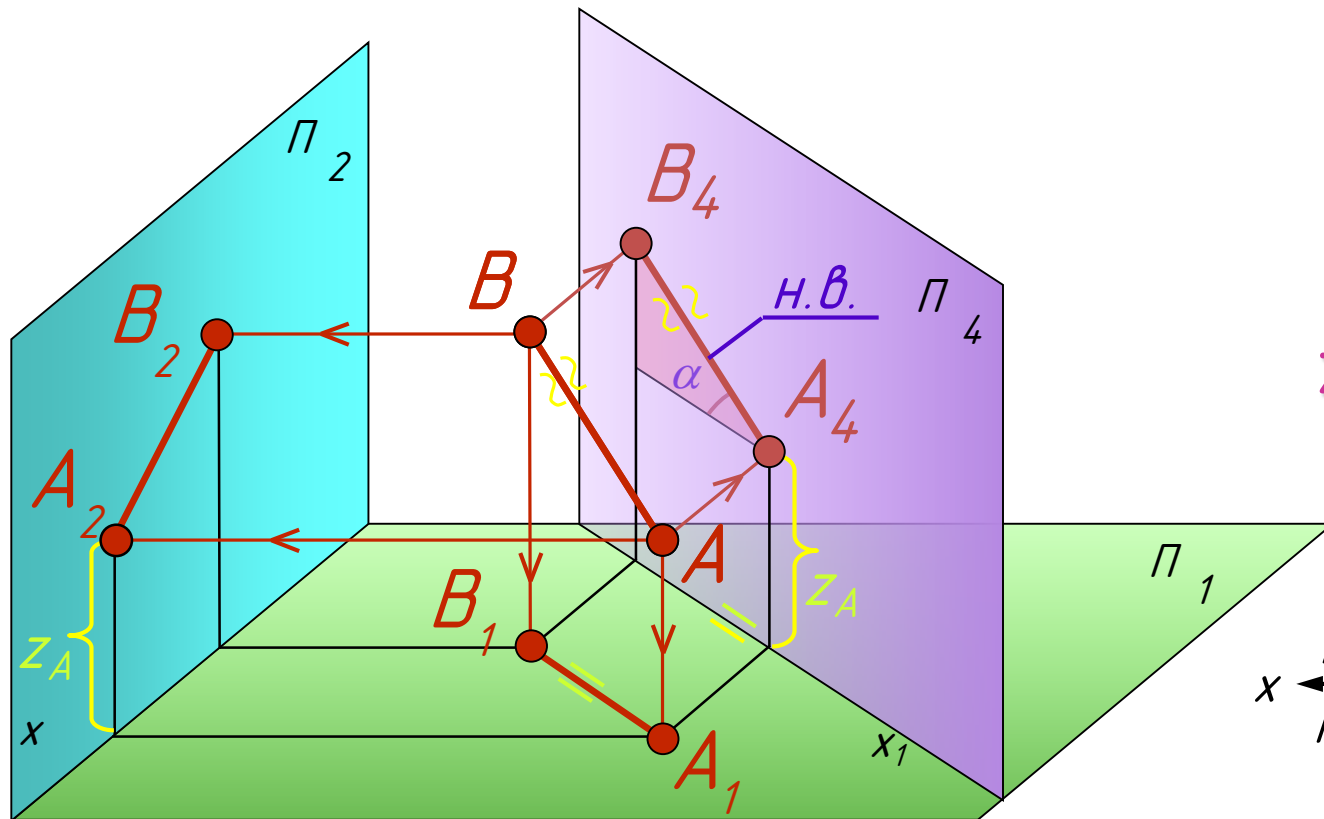
Комплексный чертеж



Прямая перпендикулярна Π_3 , ее профильная проекция $A_3 B_3$ вырождается в точку. Относительно Π_1 и Π_2 прямая параллельна, на этих плоскостях ее проекции имеют натуральную величину. Горизонтальная и фронтальная проекции прямой перпендикулярны осям y и z , соответственно

Преобразование
чертежа прямой общего
положения.

Способ перемены плоскостей проекций



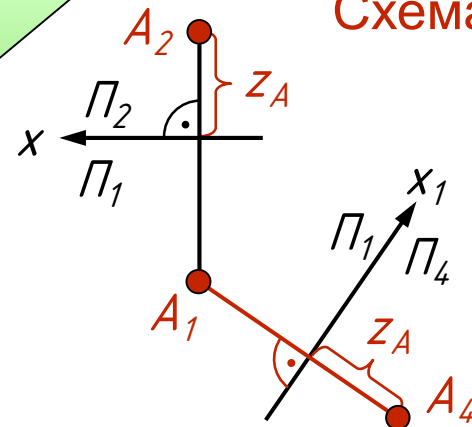
$$\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$$

$$\Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_4 \cap \Pi_1 = x_1$$

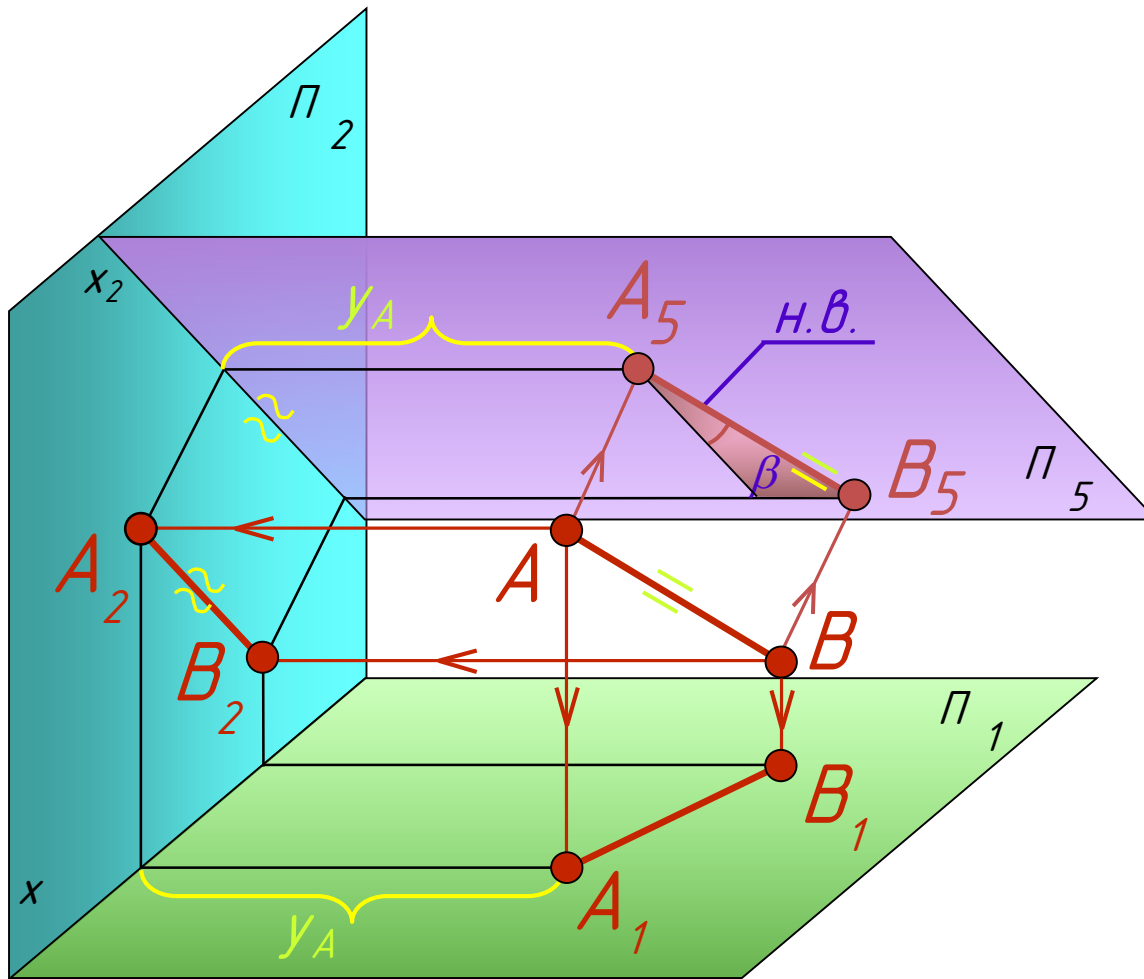
$$z|_{\Pi_4} = z|_{\Pi_2}$$

Схема:



Заменим исходную фронтальную плоскость проекций Π_2 на новую плоскость проекций Π_4 , которой прямая AB будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости Π_1 (координата z) остается неизменным

Способ перемены плоскостей проекций



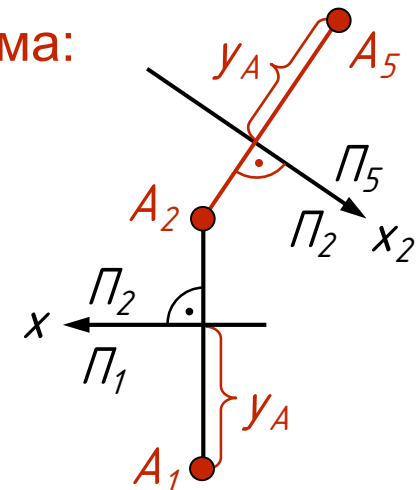
$$\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$$

$$\Pi_5 \perp \Pi_2$$

$$\Pi_5 \cap \Pi_2 = x_2$$

$$y|_{\Pi_5} = y|_{\Pi_1}$$

Схема:



Заменим исходную горизонтальную плоскость проекций Π_1 на новую плоскость проекций Π_5 , которой прямая AB будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости Π_2 (координата y) остается неизменным

Определение н.в. отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций (способ замены плоскостей проекций)

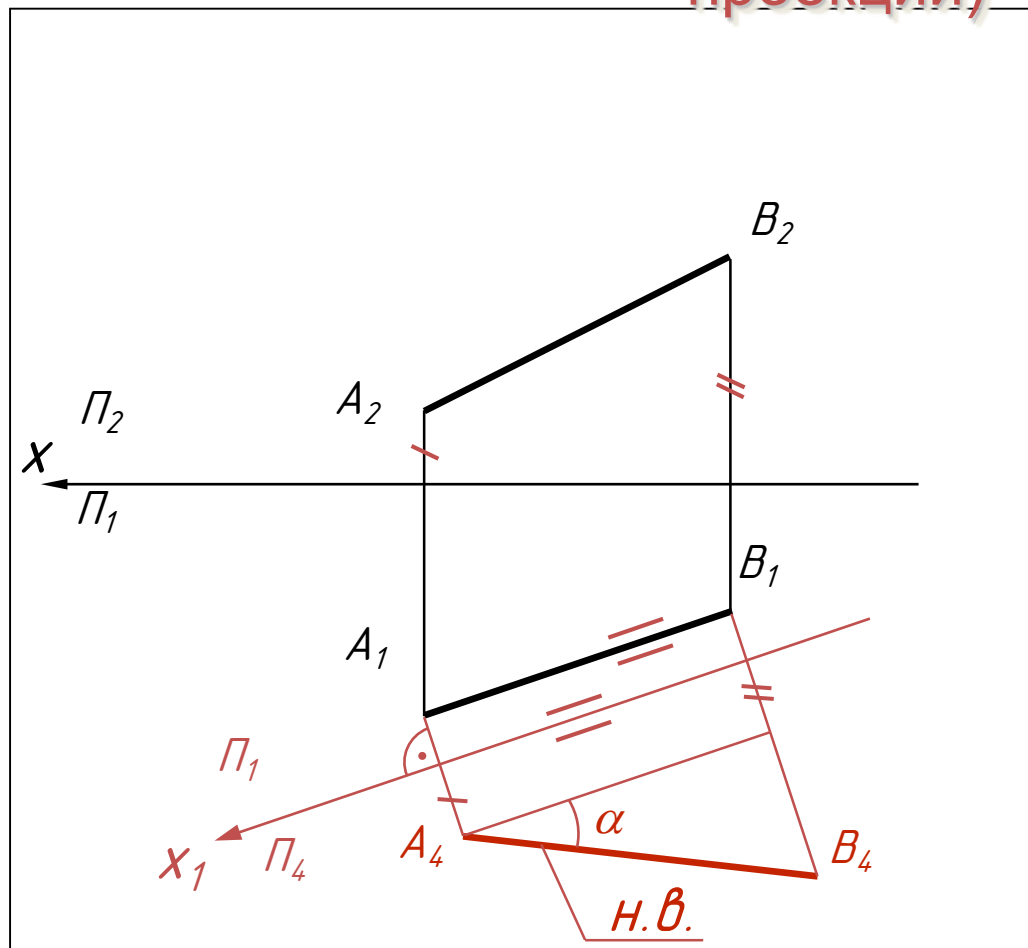
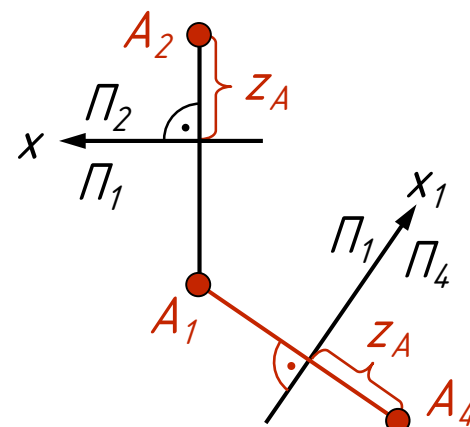


Схема:



Ось x_1 новой плоскости проекций Π_4 проведем параллельно горизонтальной проекции отрезка A_1B_1 . В этом преобразовании сохраняются z -координаты точек. На Π_4 определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона α к плоскости проекций Π_1

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

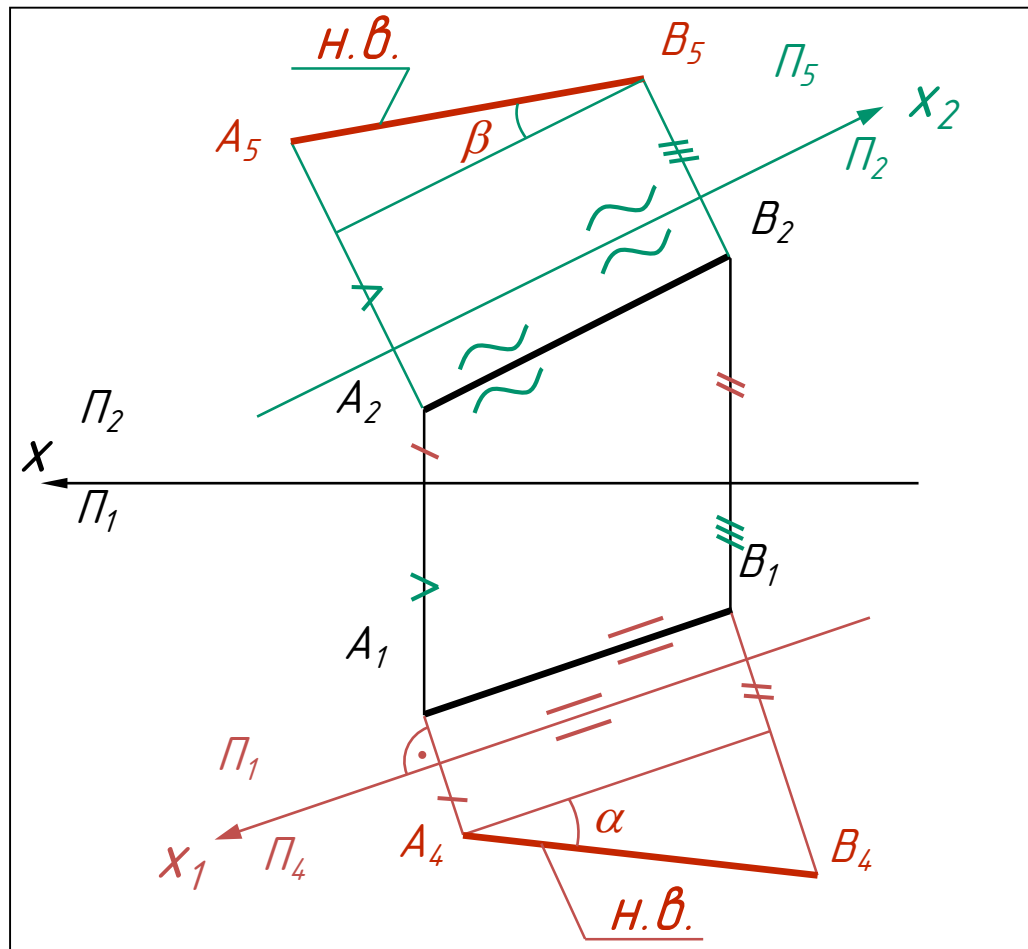
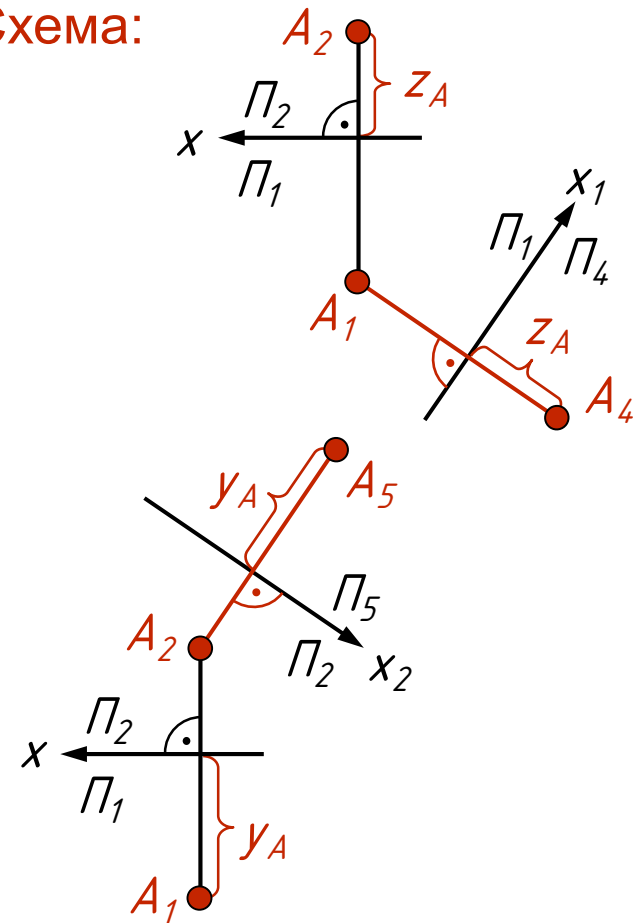


Схема:



Ось x_2 новой плоскости проекций Π_5 проведем параллельно фронтальной проекции отрезка $A_2 B_2$. В этом преобразовании сохраняются y -координаты точек. На Π_5 определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона β к плоскости проекций Π_2

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

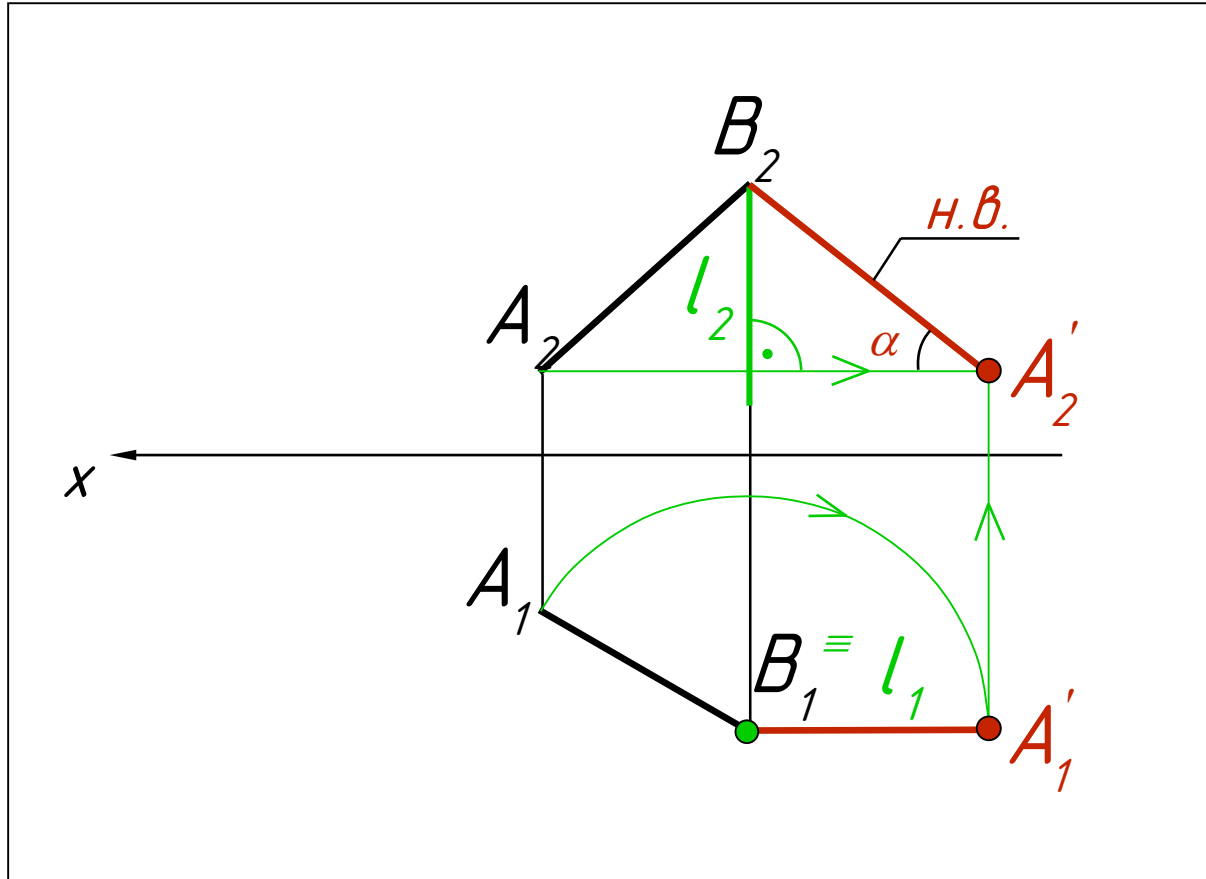
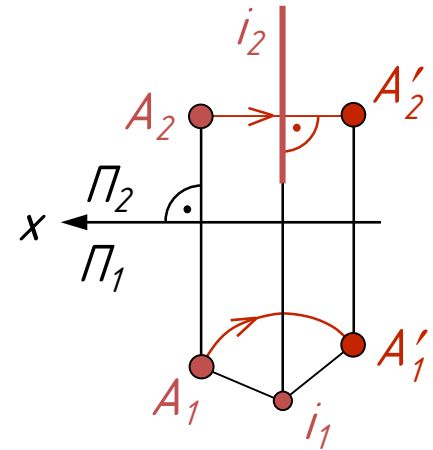


Схема:



Для упрощения горизонтально-проецирующую ось вращения l проводят через точку B , которая остается неподвижной. Точка A_1 описывает дугу окружности с центром в точке l_1 так, чтобы $B_1A_1 \perp$ оси x . Тогда прямая AB займет положение фронтали. На Π_2 угол α и отрезок AB не искажаются

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

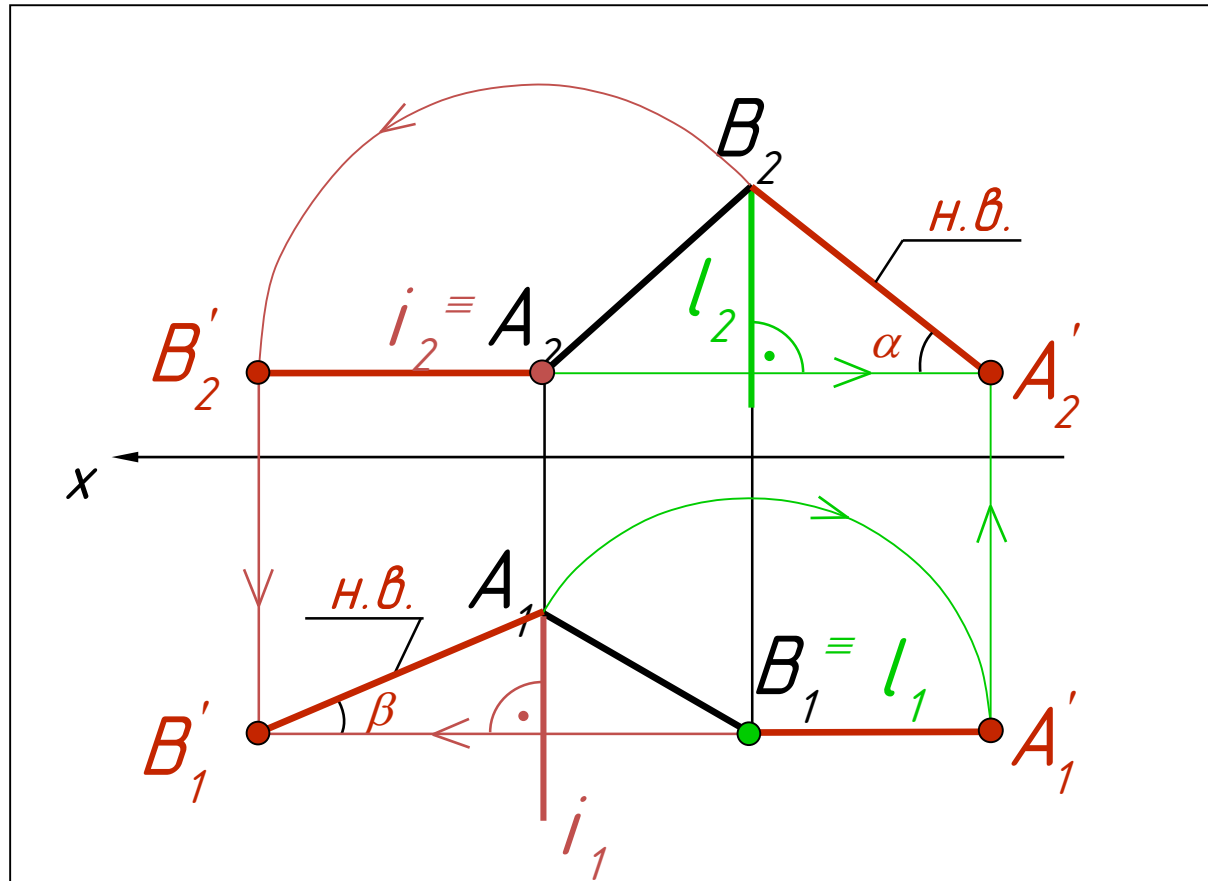
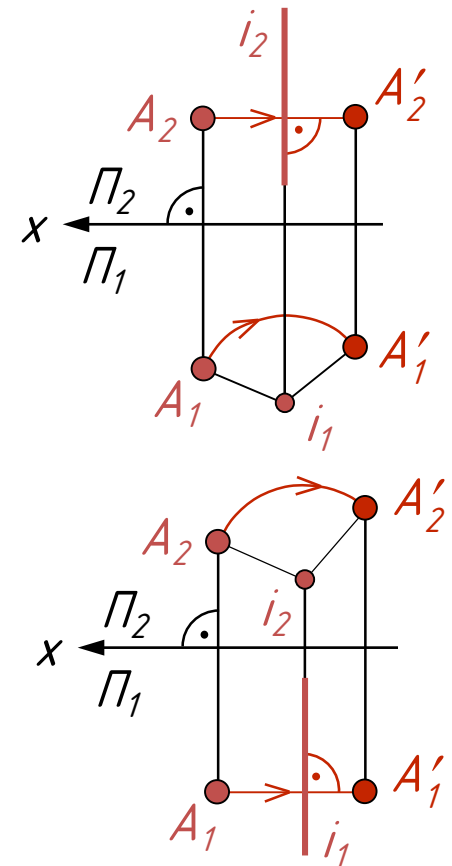


Схема:



Для определения угла β прямую AB нужно вращать вокруг оси $i \perp \Pi_2$ до положения горизонтали. Ось проходит через точку A , которая неподвижна. Точка B_2 вращается по дуге окружности с центром в точке i_2 до положения B_2 $A_2 \parallel$ оси x . На Π_1 угол β и отрезок AB не искажаются

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

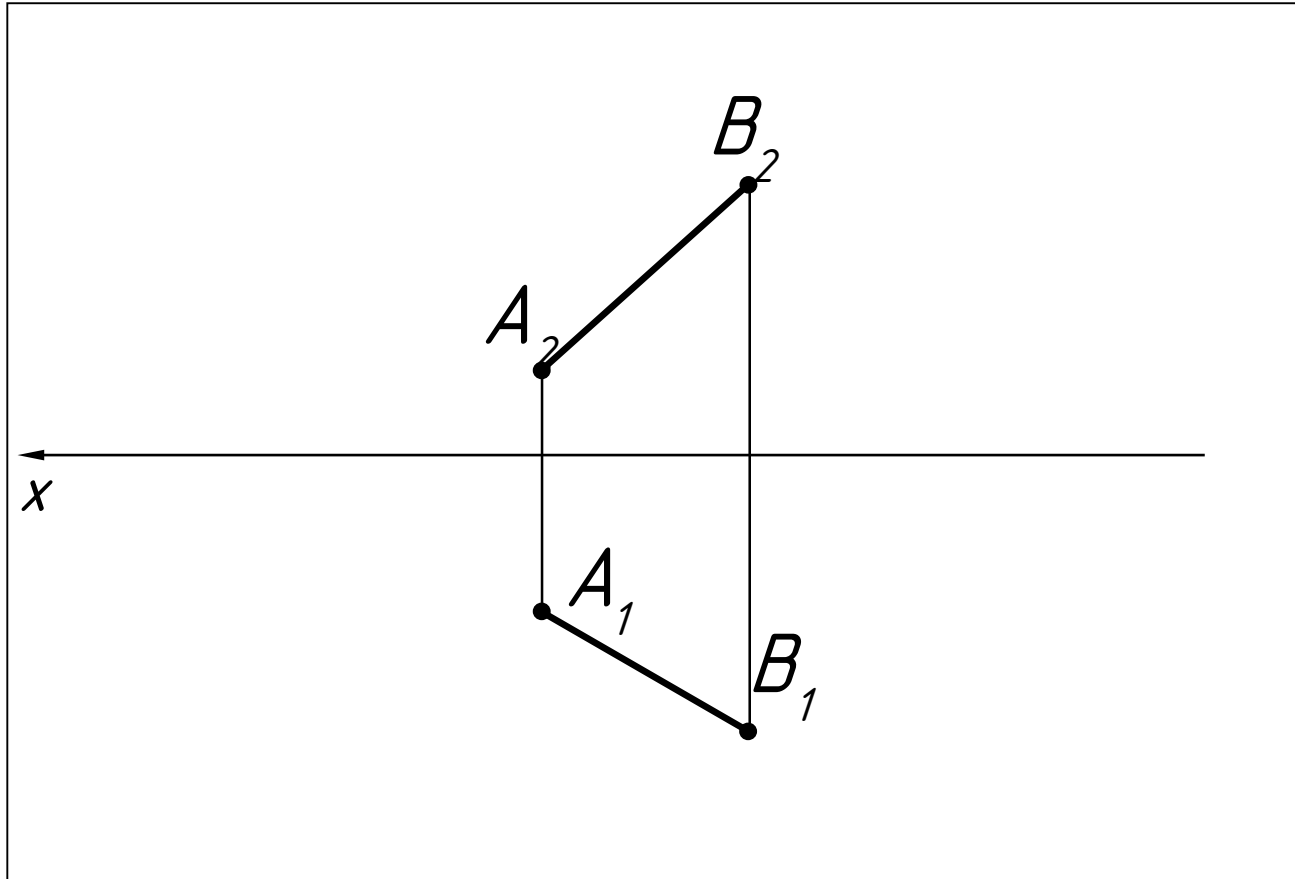
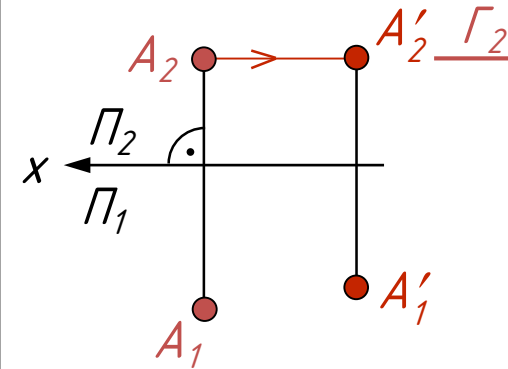


Схема:



Данный отрезок AB занимает общее положение, преобразуем его во фронтальную прямую уровня путем перемещения концов отрезка по горизонтальным плоскостям уровня согласно схемы

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

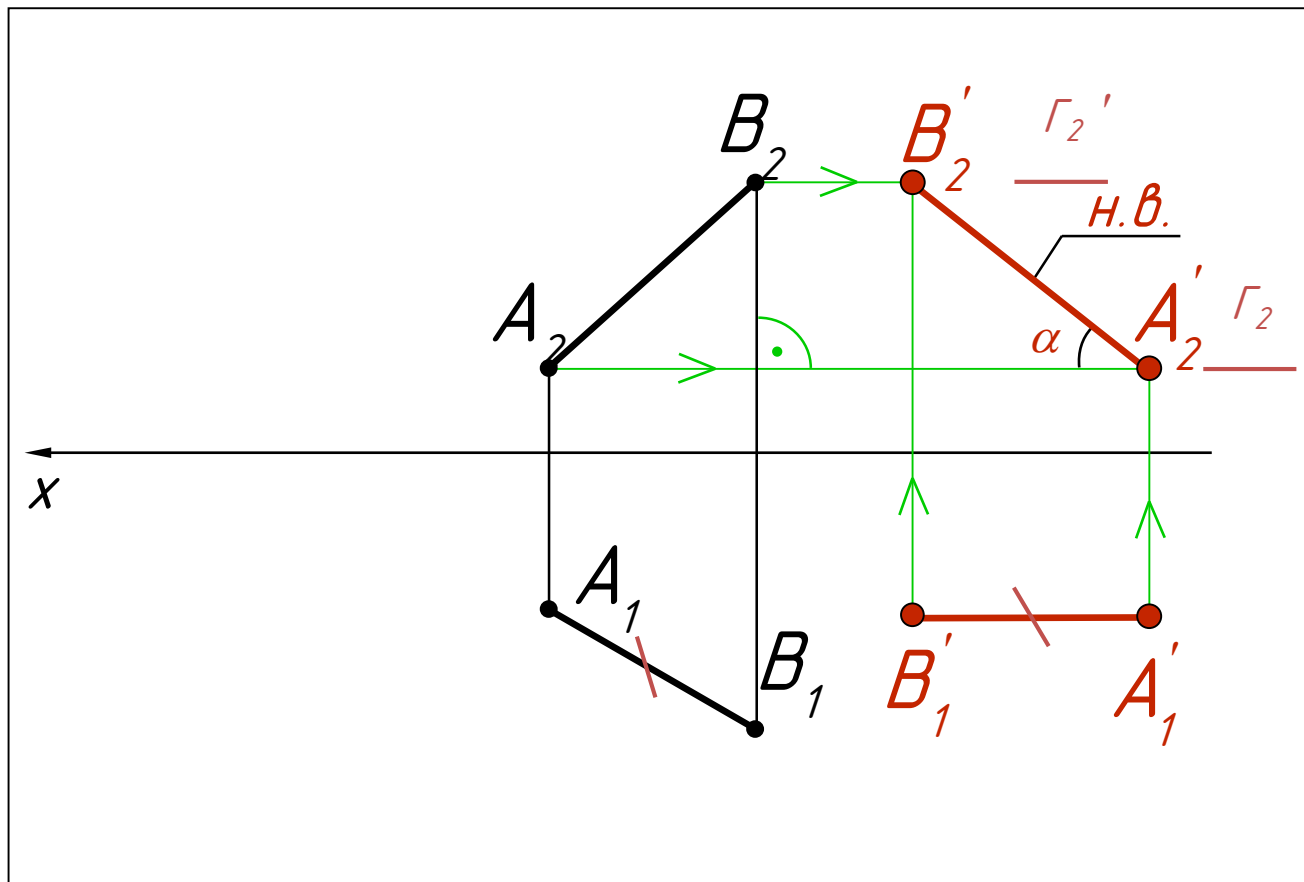
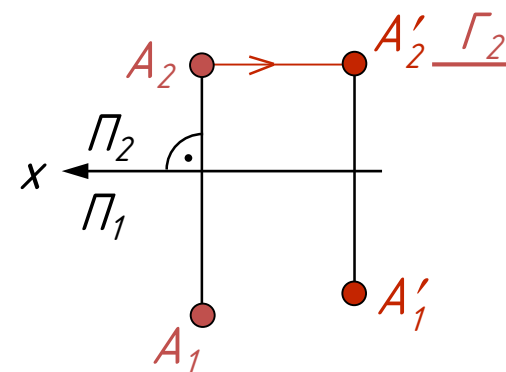


Схема:



Горизонтальную проекцию прямой ($A_1B_1 \neq A'_1B'_1$) располагают параллельно оси x . Фронтальную проекцию (определяющую н.в. отрезка и угла α) задают новые проекции точек A_2 и B_2 , расположенные на соответствующих следах горизонтальных плоскостей уровня $\Gamma(\Gamma_2)$ и $\Gamma(\Gamma_2)$

Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

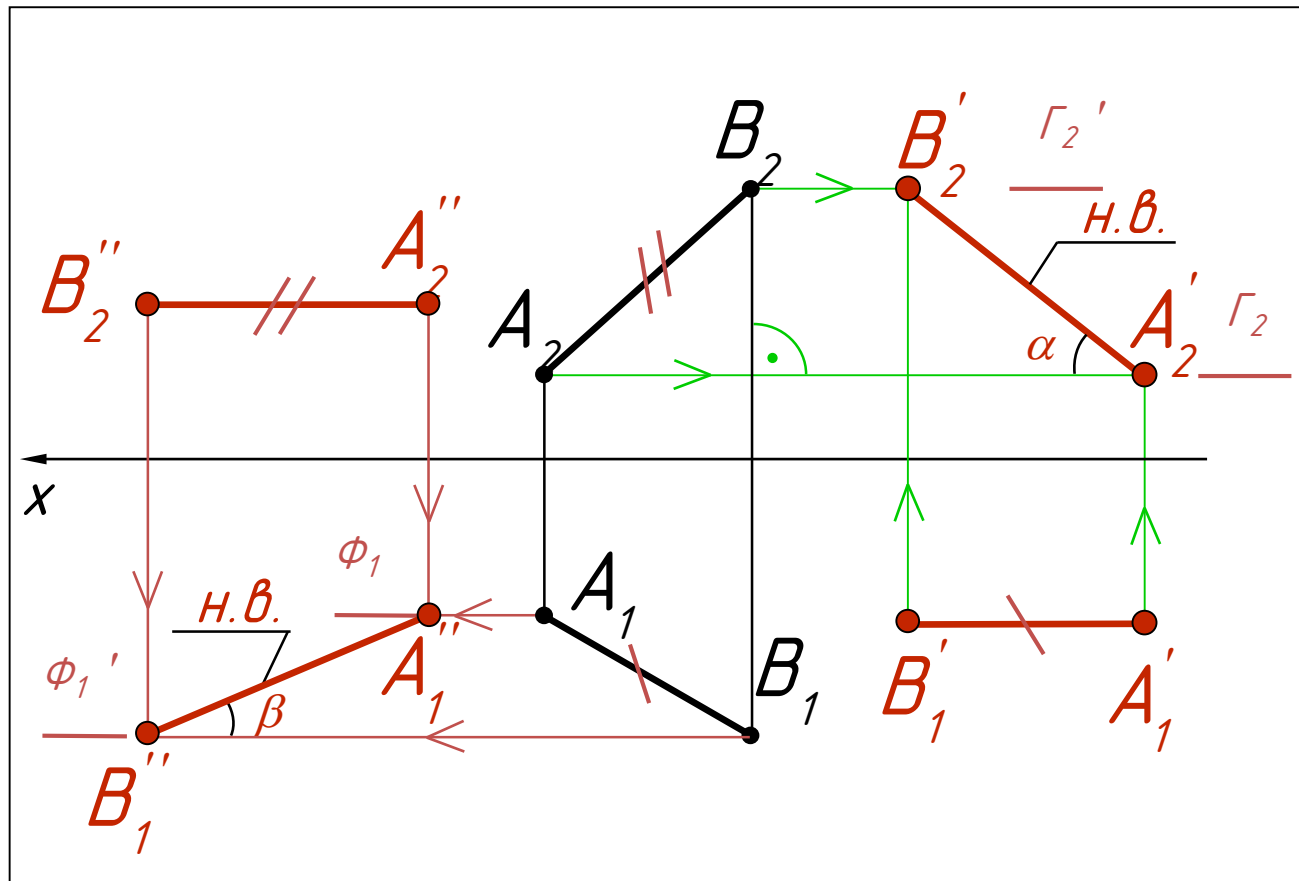
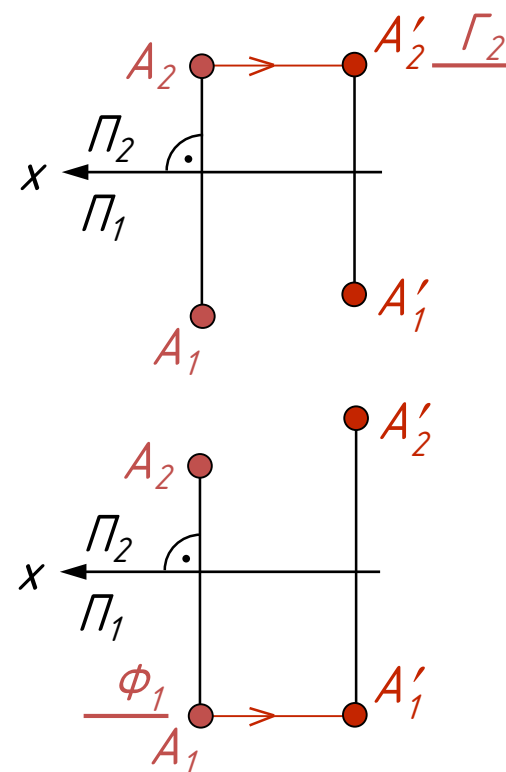


Схема:



Для перевода прямой в положение горизонтали фронтальную проекцию прямой ($A_2'B_2' \equiv A_2 B_2$) располагают параллельно оси x . Новые проекции точек A_1 и B_1 расположены на соответствующих следах фронтальных плоскостей уровня $\phi(\phi_1)$ и $\phi(\phi_1)$. На Π_1 имеем н.в. отрезка и угла β

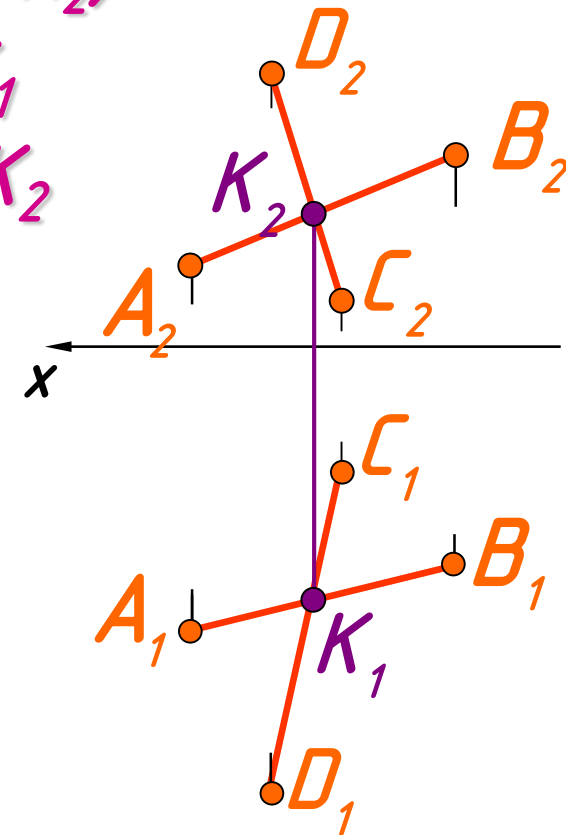
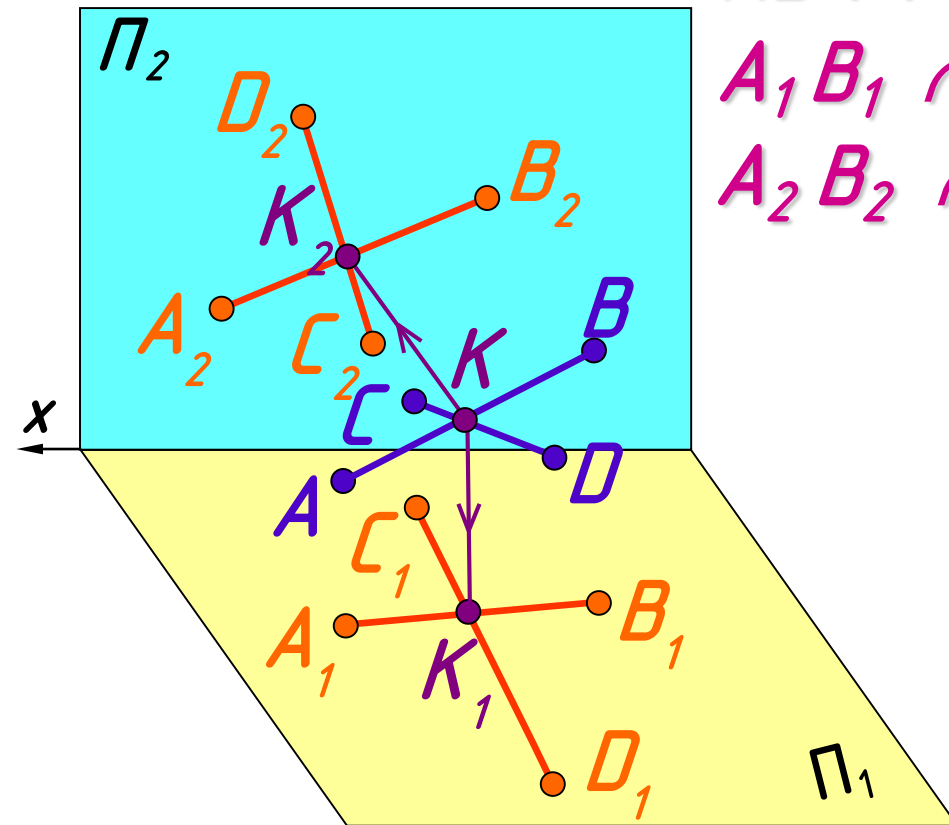
Взаимное положение двух прямых

Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку

$$AB \cap CD = K(K_1, K_2)$$

$$A_1B_1 \cap C_1D_1 = K_1$$

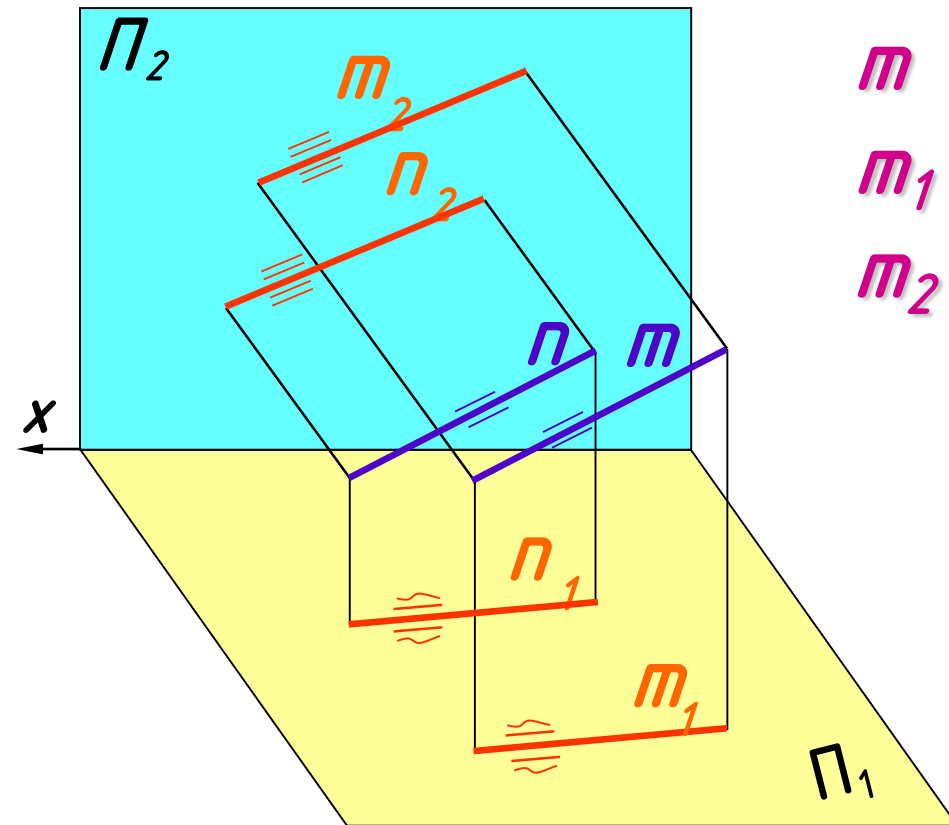
$$A_2B_2 \cap C_2D_2 = K_2$$



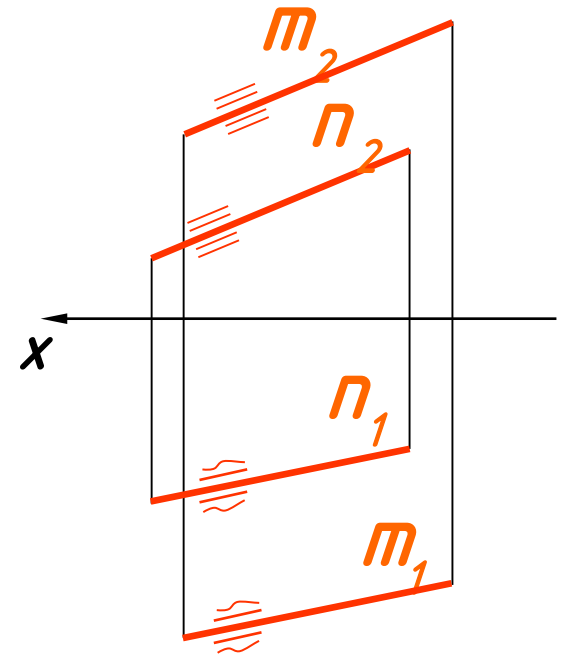
Точка пересечения K прямых AB и CD проецируется в точки пересечения соответствующих проекций прямых: на Π_1 - это точка K_1 ; на Π_2 - точка K_2 . Точки пересечения K_1 и K_2 одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи

Взаимное положение двух прямых

Параллельные прямые не имеют общих точек



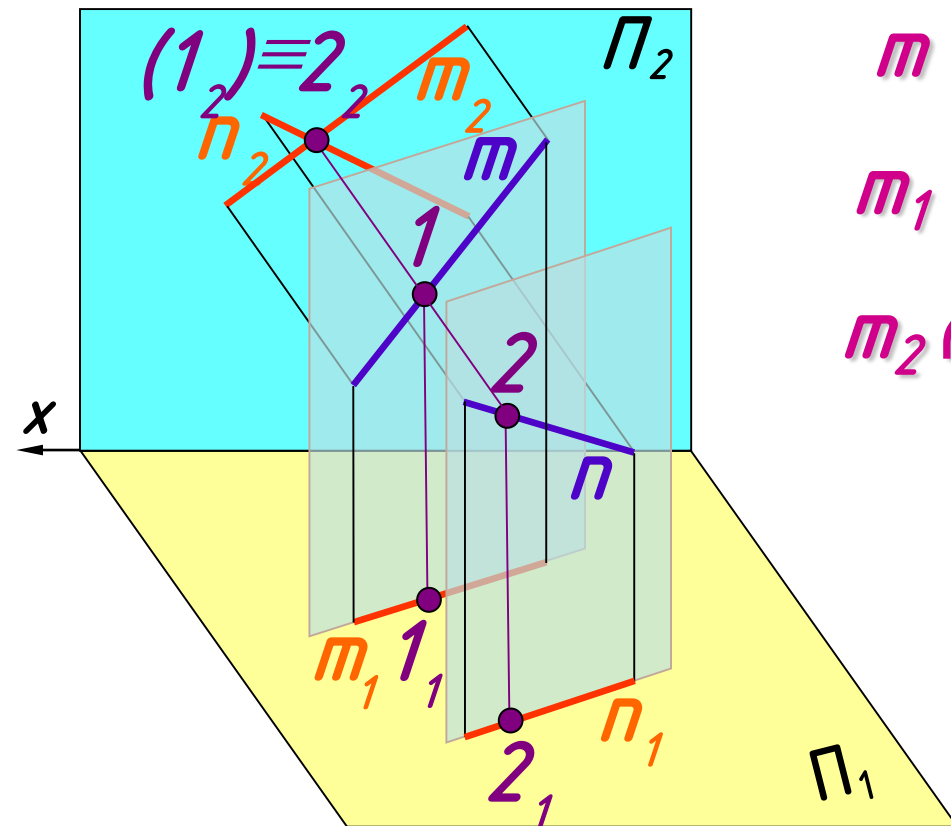
$$\begin{aligned} m &|| n \\ m_1 &|| n_1 \\ m_2 &|| n_2 \end{aligned}$$



Проекции параллельных прямых не пересекаются. Одноименные проекции прямых параллельны или совпадают, если параллельные прямые лежат в проецирующей плоскости

Взаимное положение двух прямых

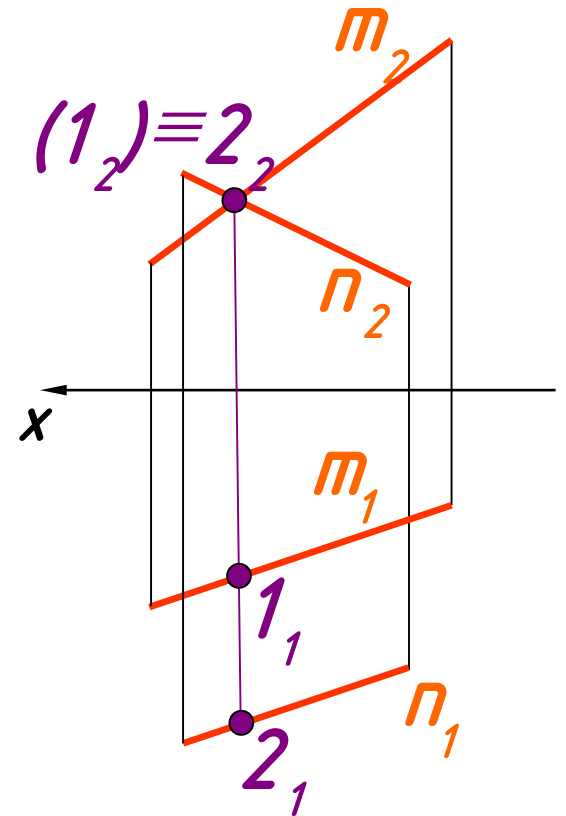
Скрещивающиеся прямые не пересекаются и не параллельны между собой



$$m \neq l$$

$$m_1 \parallel l_1$$

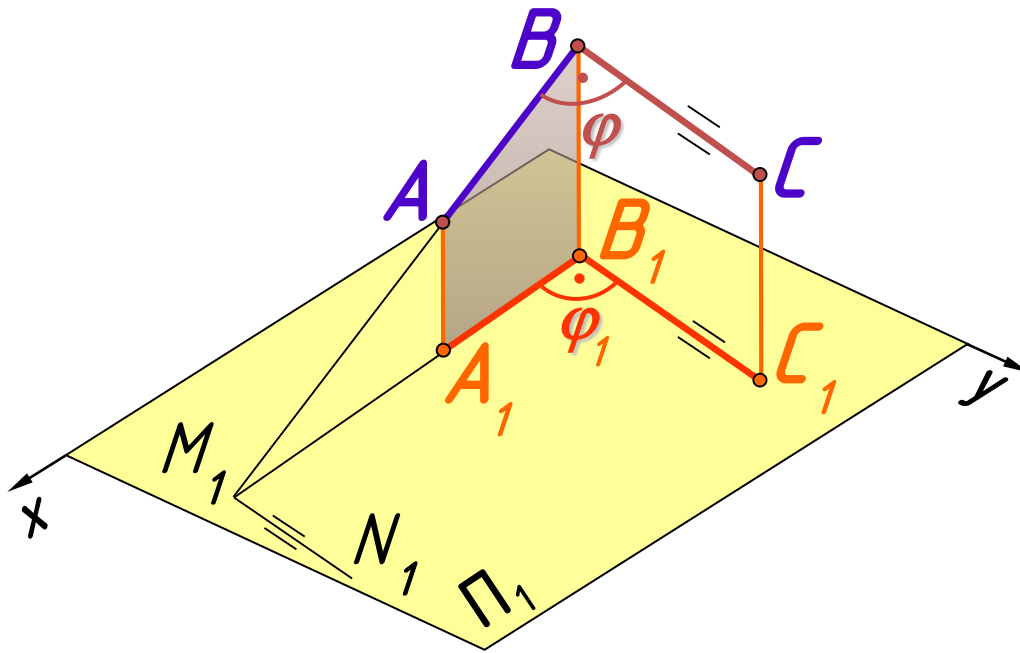
$$m_2 \cap l_2$$



Проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, т.к. прямые m и l лежат в параллельных плоскостях. Проекции скрещивающихся прямых могут иметь пересечение, т.к. прямые m и l не параллельны между собой. 1 и 2 – конкурирующие точки, принадлежащие разным прямым

Теорема о проецировании прямого угла

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения



Дано:

$$\angle \varphi = 90^\circ$$

$$AB \perp P_1; BC \parallel P_1$$

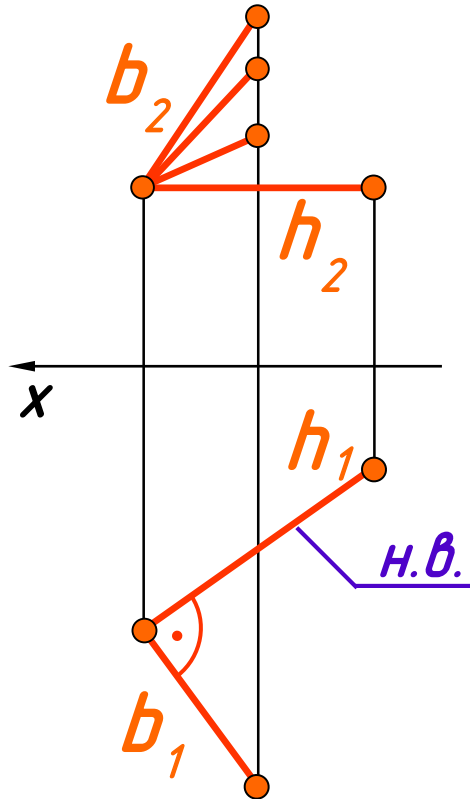
Доказать:

$$\angle \varphi_1 = \angle \varphi = 90^\circ$$

Для доказательства продолжим сторону угла AB до пересечения с ее проекцией A_1B_1 в точке M_1 . Через точку M_1 проведем прямую $M_1N_1 \parallel B_1C_1$. Т. к. $BC \parallel P_1$, то $BC \parallel B_1C_1$. Значит, $M_1N_1 \parallel BC$ и $\angle BM_1N_1 = 90^\circ$. По теореме о 3-х перпендикулярах $\angle B_1M_1N_1 = 90^\circ$, следовательно, и $\angle A_1B_1C_1 = \angle \varphi_1 = 90^\circ$

Теорема о проецировании прямого угла

Дано: $b \wedge h = 90^\circ$



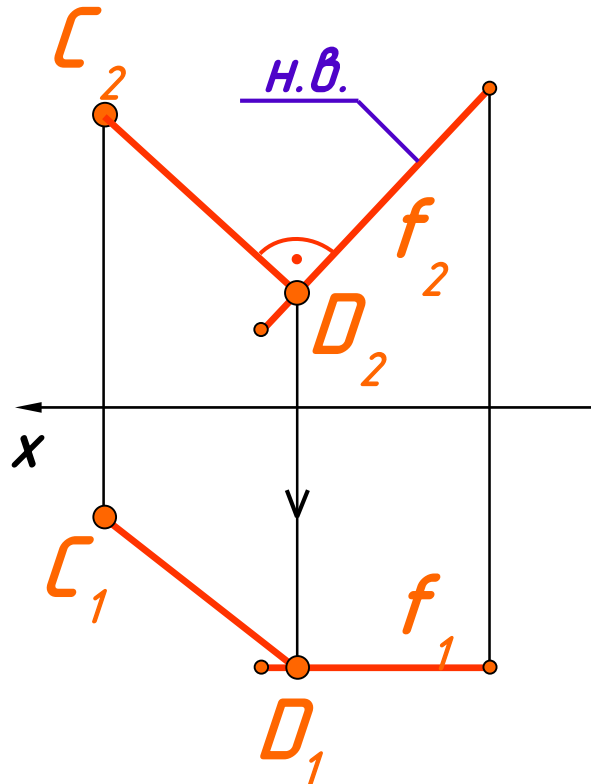
Если на чертеже есть изображение прямого угла, то одна из его сторон обязательно натуральная величина

Одна из сторон прямого угла является горизонталью ($h \parallel \Pi_1$), поэтому на Π_1 угол $b_1 \wedge h_1$ будет прямым. На Π_2 показаны возможные положения фронтальной проекции прямой общего положения b

Теорема о проецировании прямого угла

Задача:

Построить проекции перпендикуляра, проведенного из точки ζ к прямой f



$$\zeta_2 D_2 \perp f_2$$

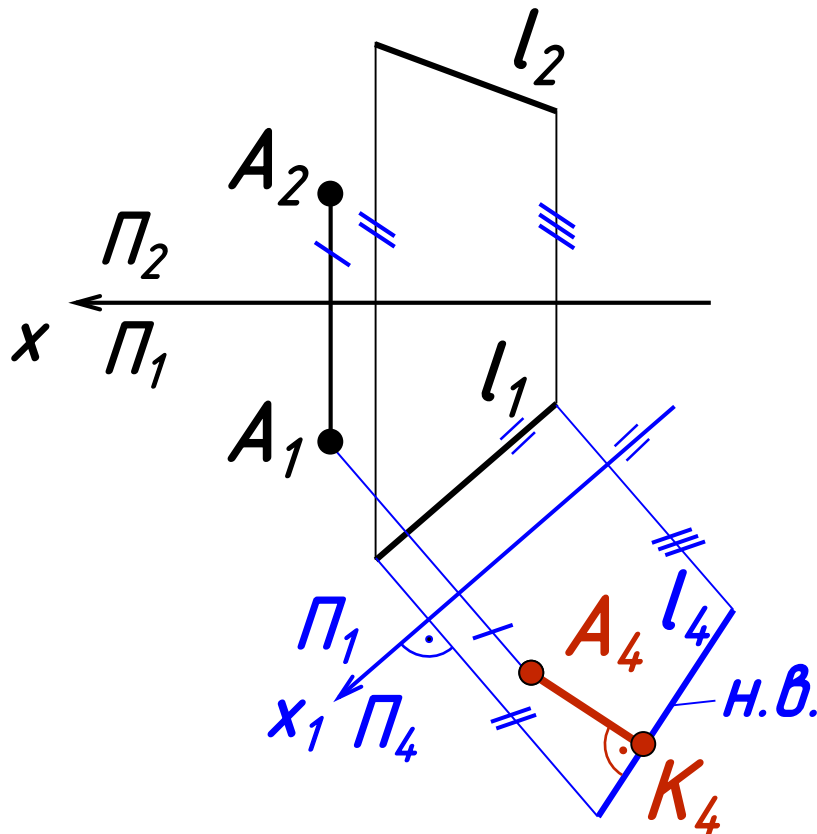
$$D_2 \rightarrow D_1$$

$$D_1 \cup \zeta_1$$

Прямая f является фронталью и проецируется на Π_2 в натуральную величину. Следовательно, фронтальная проекция перпендикуляра $\zeta_2 D_2$ перпендикулярна фронтальной проекции прямой f . Определяем основание перпендикуляра – точку D . Строим горизонтальную проекцию $\zeta_1 D_1$

Метрические задачи

Задача 1. Определить расстояние от точки A до прямой l способом перемены плоскостей проекций

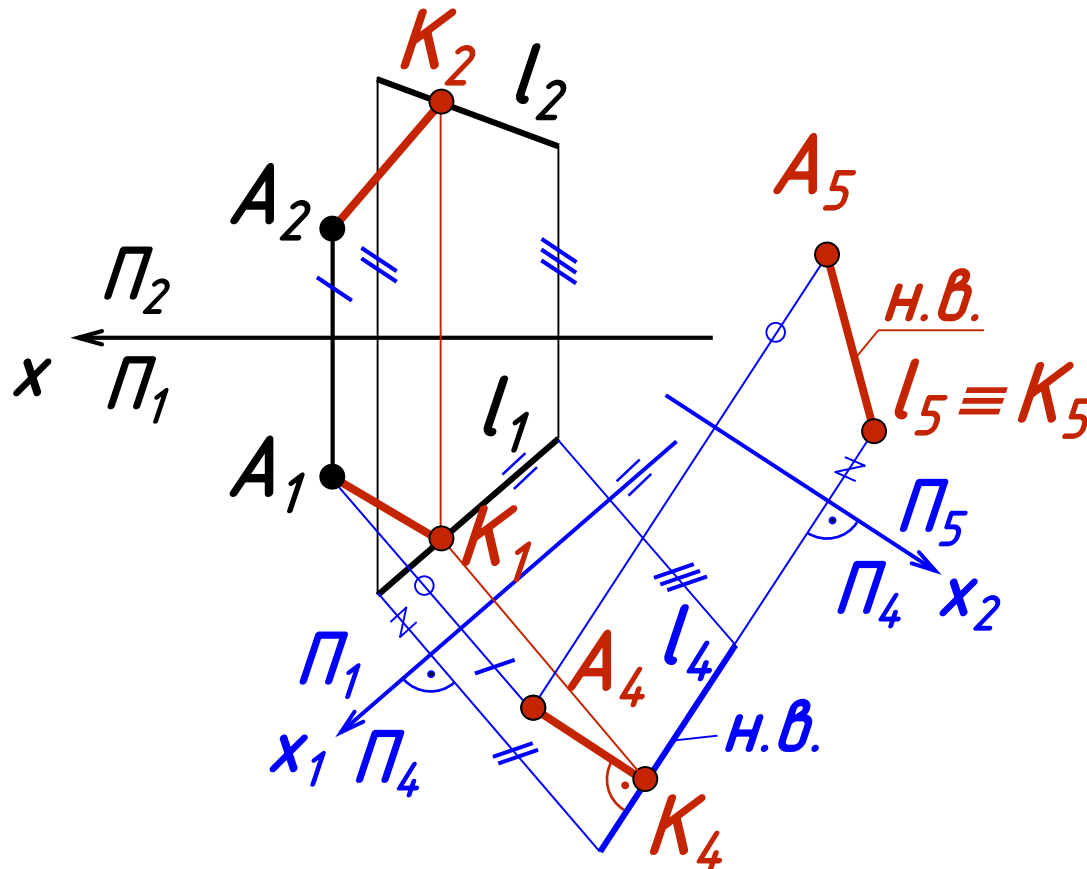


1. $\Pi_4 \perp \Pi_1$
 $\Pi_4 \parallel l$

Искомое расстояние есть перпендикуляр. Введем новую плоскость проекций Π_4 параллельно прямой l так, чтобы прямая заняла частное положение уровня. По теореме о проецировании прямого угла проекция искомого расстояния $A_4K_4 \perp l_4$ определяется на плоскости проекций Π_4

Метрические задачи

Задача 1. Определить расстояние от точки A до прямой l способом перемены плоскостей проекций



$$1. \Pi_4 \perp \Pi_1$$

$$\Pi_4 \parallel l$$

$$2. \Pi_5 \perp \Pi_4$$

$$\Pi_5 \perp l$$

AK – искомое
расстояние

При втором преобразовании введем новую плоскость проекций Π_5 перпендикулярно прямой l так, чтобы прямая заняла проецирующее положение. На Π_5 определяем натуральную величину $A_5 K_5$ перпендикуляра AK