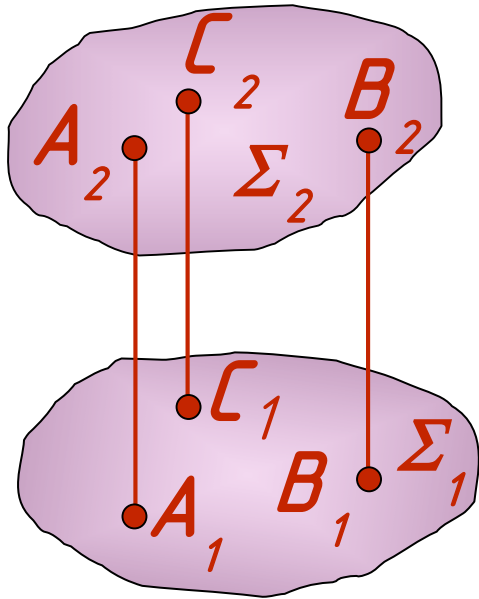


Лекция 3

Проекции плоскости

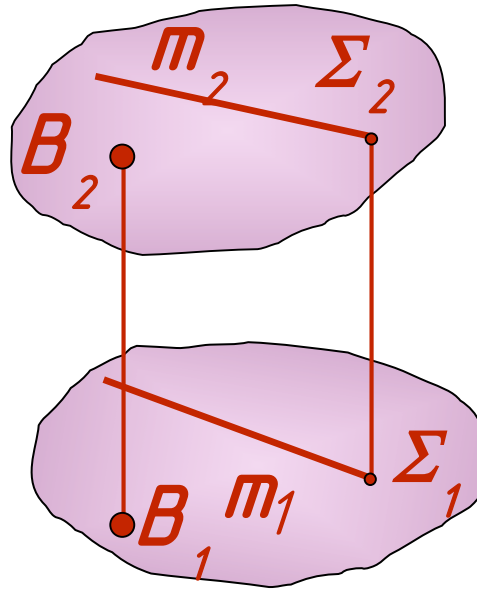
Способы задания плоскости

1



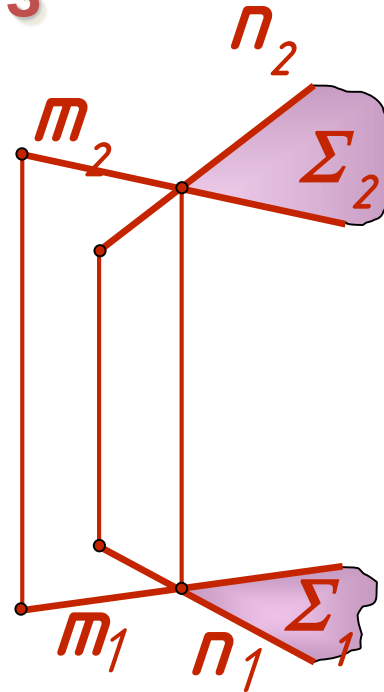
$\Sigma(A, B, C)$

2



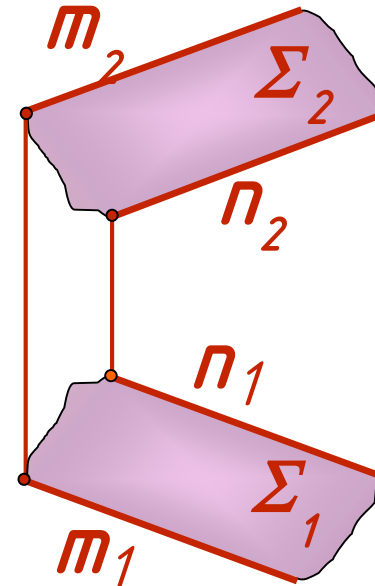
$\Sigma(B, m)$

3



$\Sigma(n \cap m)$

4

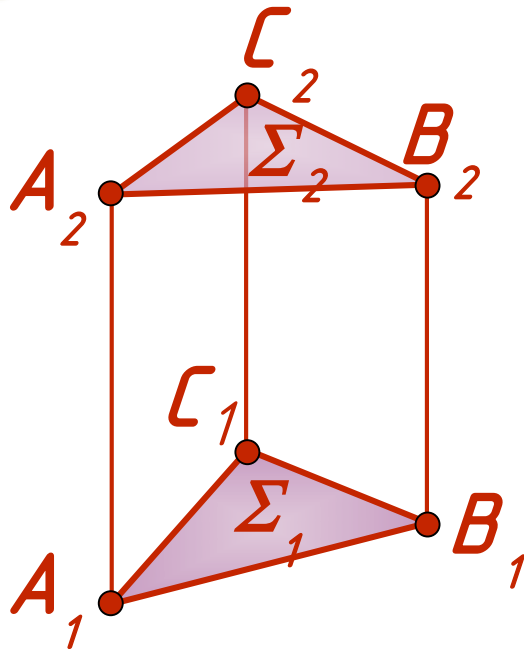


$\Sigma(n \parallel m)$

На комплексном чертеже плоскость Σ можно задать: 1) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой; 2) проекциями прямой и точки, взятой вне этой прямой; 3) проекциями двух пересекающихся прямых; 4) проекциями двух параллельных прямых;

Способы задания плоскости

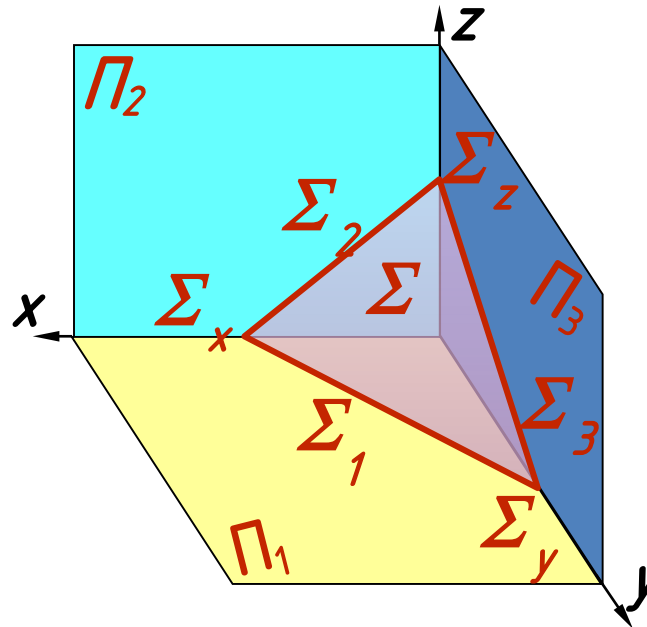
5



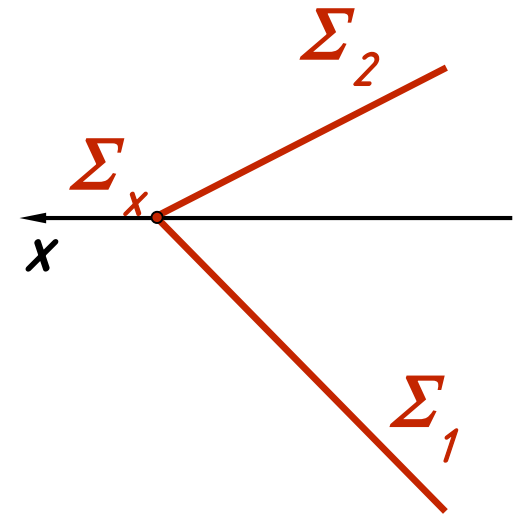
$\Sigma(\triangle ABC)$

6

След плоскости – это линия ее пересечения с соответствующей плоскостью проекций



Σ_1 - горизонтальный след
 Σ_2 - фронтальный след
 Σ_3 - профильный след
 $\Sigma_x, \Sigma_y, \Sigma_z$ - точки схода следов



$\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2)$

5) проекциями плоской фигурой; 6) следами плоскости. Все способы позволяют выделить из множества точек пространства точки, принадлежащие данной плоскости. Способ задания плоскости указывают в круглых скобках

Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость **общего положения** наклонена ко всем плоскостям проекций

Плоскость **частного положения** перпендикулярна или параллельна одной из плоскостей проекций

Плоскость, **перпендикулярная** одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей плоскостью**:

Горизонтально проецирующая плоскость $\perp \Pi_1$

Фронтально проецирующая плоскость $\perp \Pi_2$

Профильно проецирующая плоскость $\perp \Pi_3$

Плоскость, **параллельная** плоскости проекций, называется **плоскостью уровня** (дважды проецирующей):

Горизонтальная плоскость $// \Pi_1$

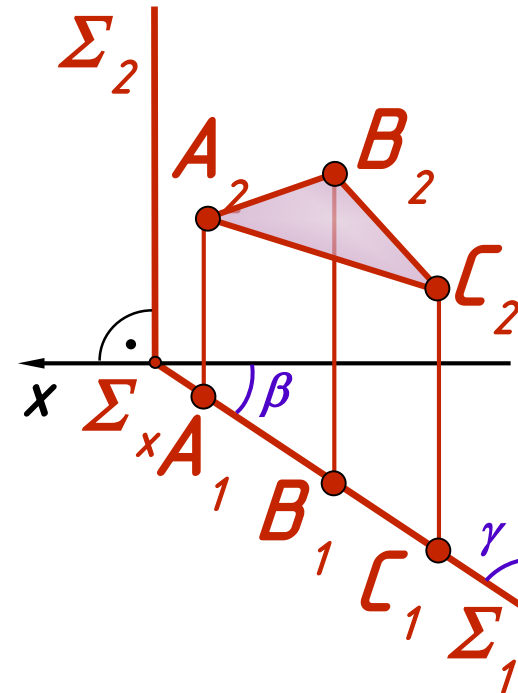
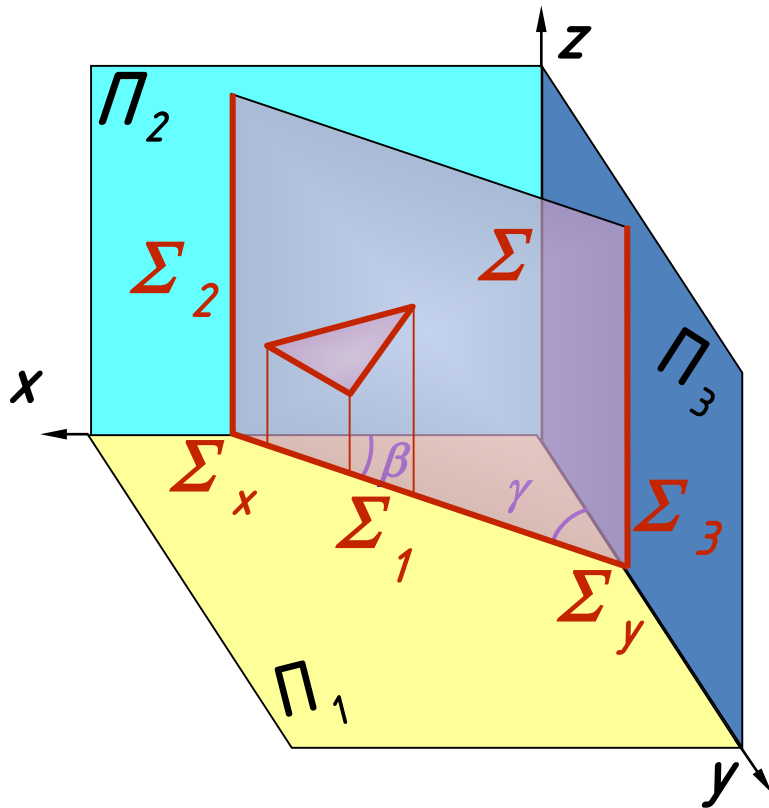
Фронтальная плоскость $// \Pi_2$

Профильная плоскость $// \Pi_3$

Горизонтально проецирующая плоскость ($\perp \Pi_1$)

Пространственная картина

Комплексный чертеж

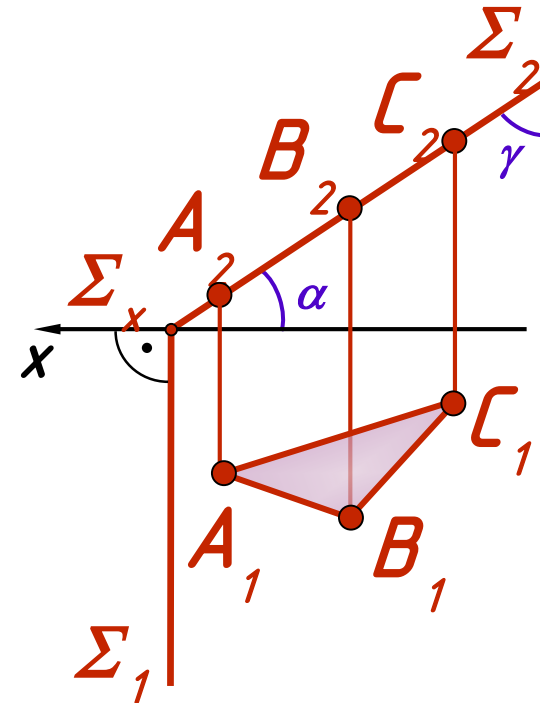
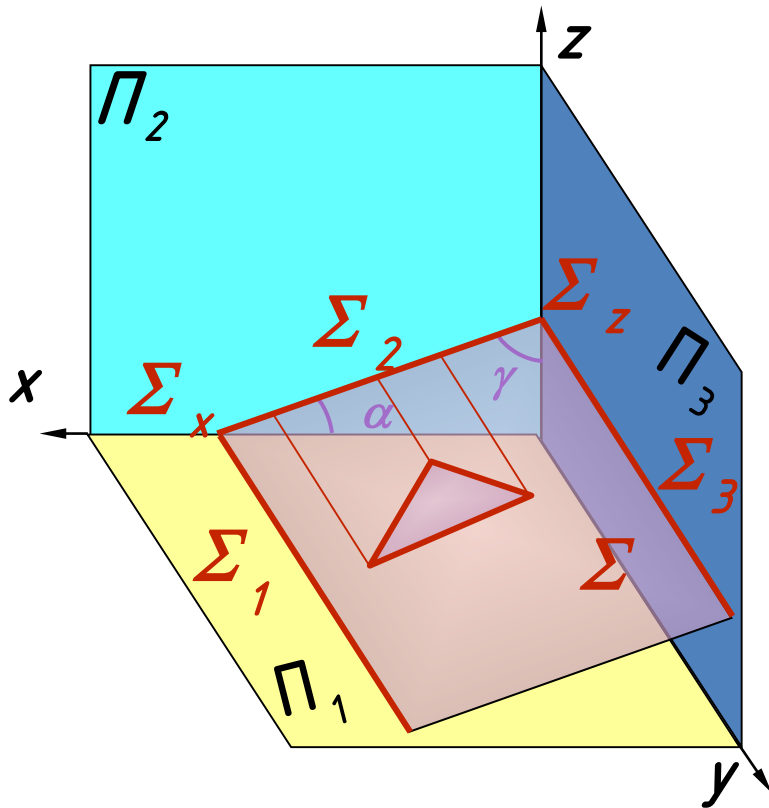


Горизонтальная проекция плоскости Σ вырождается в прямую (след), на Π_1 проекции трех произвольных точек плоскости лежат на горизонтальном следе плоскости Σ_1 . Углы наклона данной плоскости Σ к фронтальной (β) и профильной (γ) плоскостям проекций на Π_1 не искажаются

Фронтально проецирующая плоскость ($\perp \Pi_2$)

Пространственная картина

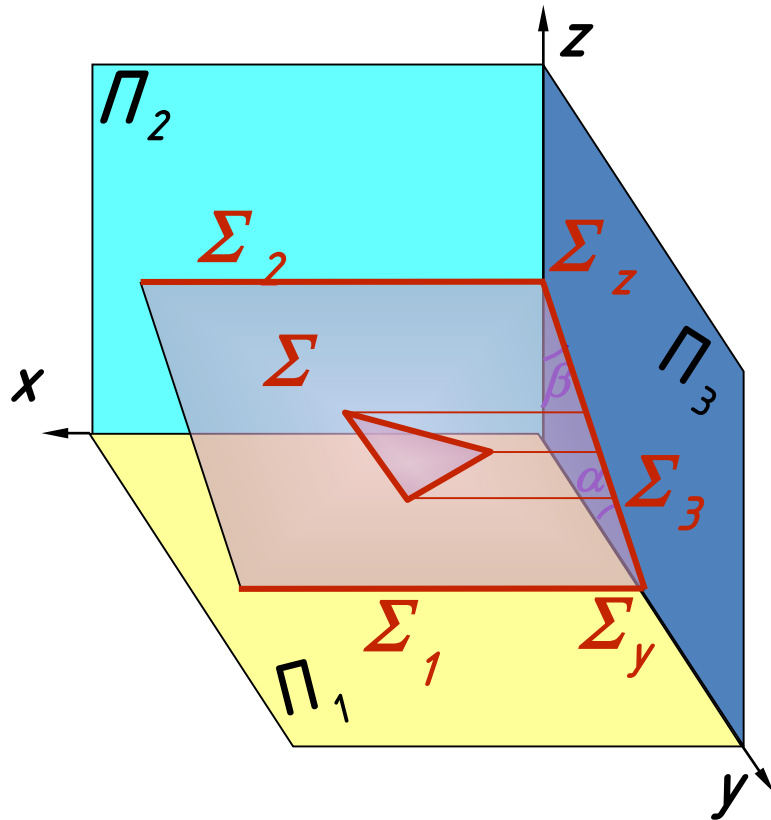
Комплексный чертеж



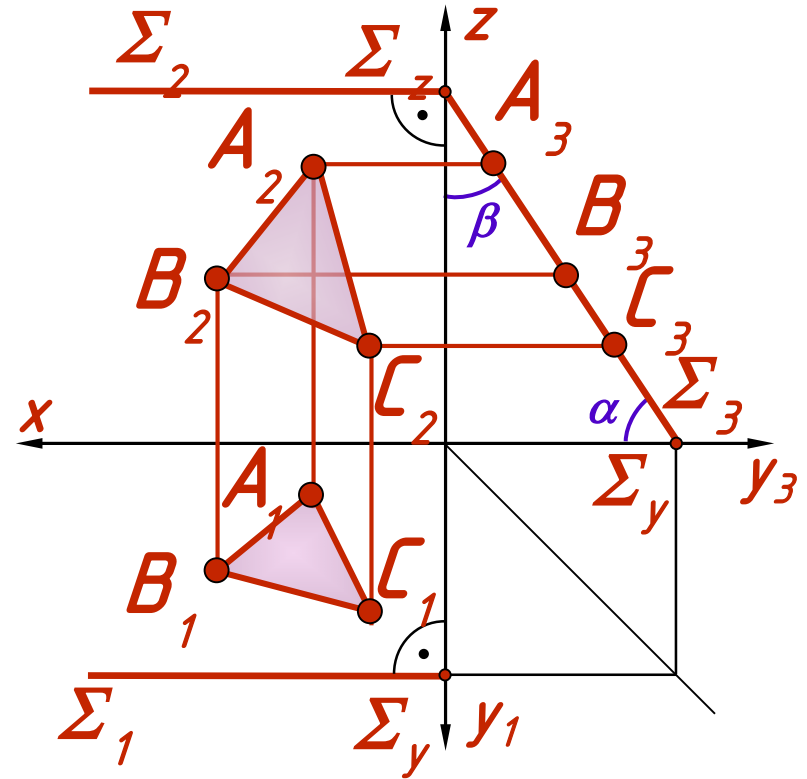
Фронтальная проекция плоскости Σ вырождается в прямую (след). На Π_2 проекции трех произвольных точек плоскости лежат на фронтальном следе плоскости Σ_2 . Углы наклона данной плоскости Σ к горизонтальной (α) и профильной (γ) плоскостям проекций на Π_2 не искажаются

Профильно проецирующая плоскость ($\perp \Pi_3$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж

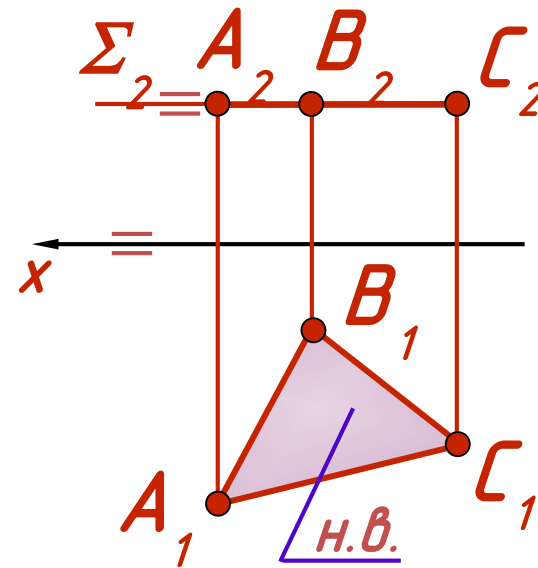
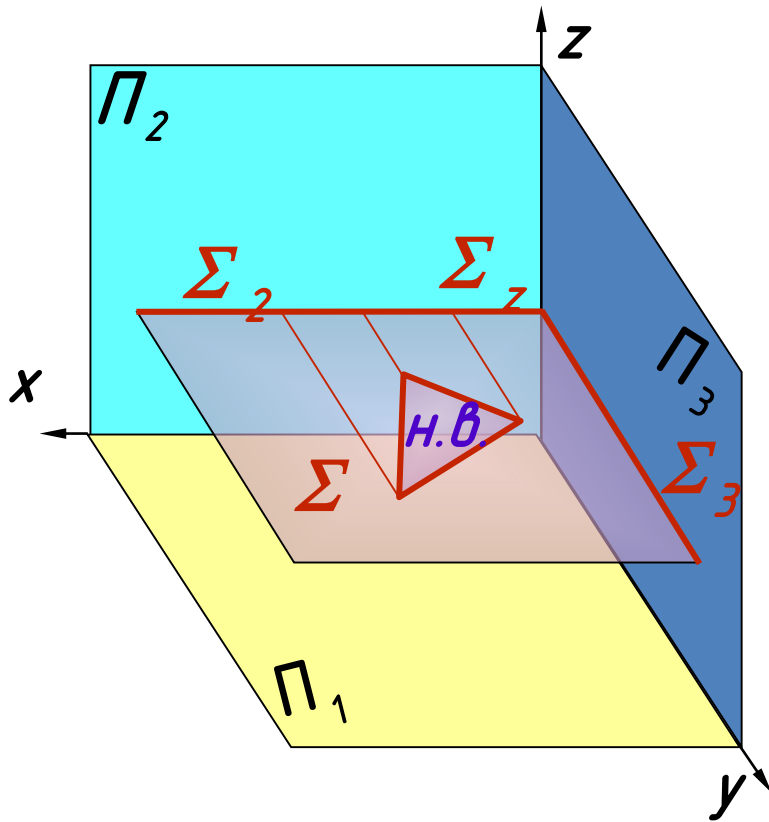


Профильная проекция плоскости Σ вырождается в прямую (след). На Π_3 проекции трех произвольных точек плоскости лежат на профильном следе плоскости Σ_3 . Углы наклона данной плоскости Σ к горизонтальной (α) и фронтальной (β) плоскостям проекций на Π_3 не искажаются

Горизонтальная плоскость уровня ($\parallel \Pi_1$)

Пространственная картина

Комплексный чертеж

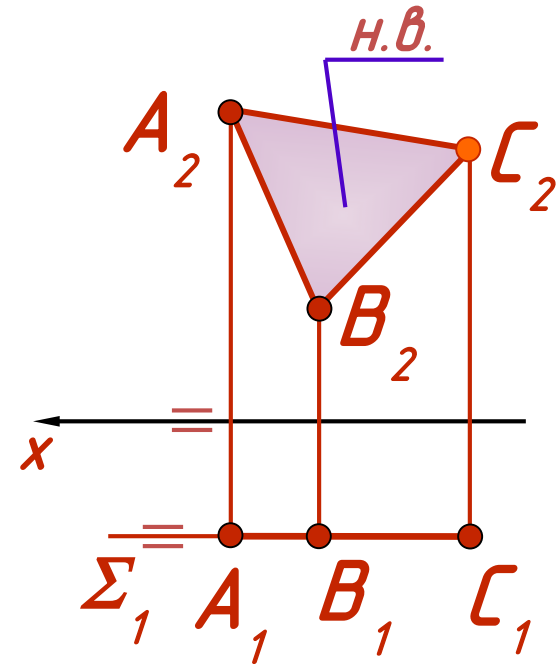
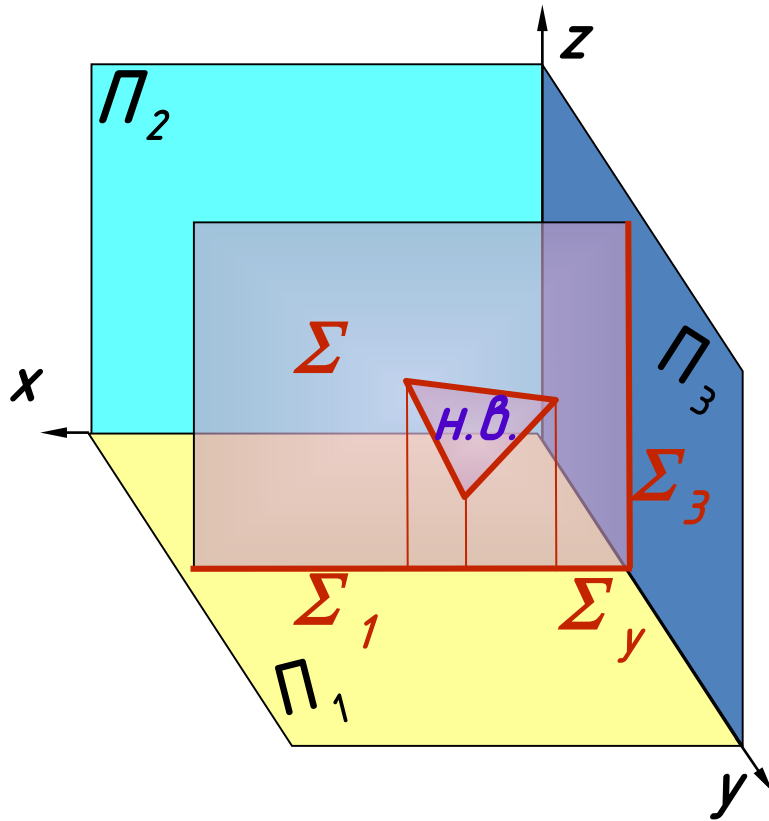


В силу параллельности следы (фронтальный Σ_2 и профильный Σ_3) плоскости Σ будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость Σ , проецируется в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций

Фронтальная плоскость уровня ($\parallel \Pi_2$)

Пространственная картина

Комплексный чертеж

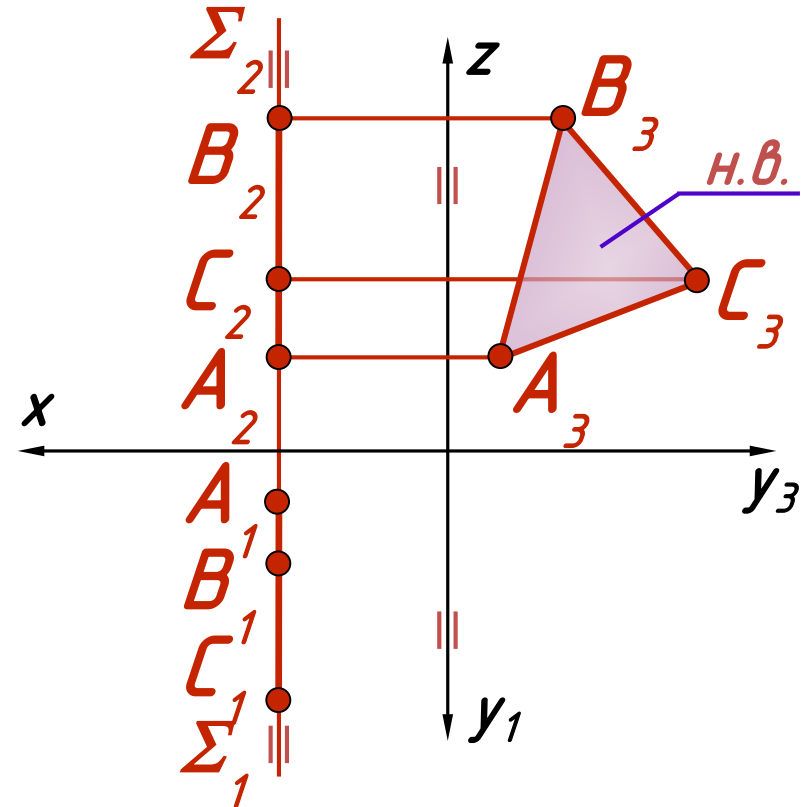
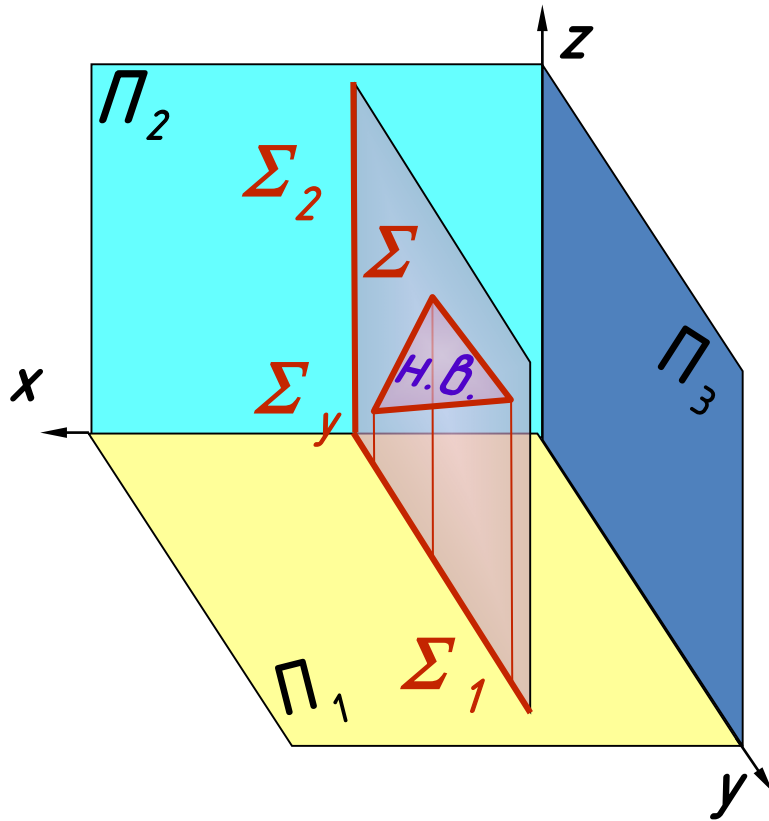


В силу параллельности следы (горизонтальный Σ_1 и профильный Σ_3) плоскости Σ будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость Σ , изображается в натуральную величину на фронтальной плоскости проекций

Профильная плоскость уровня ($\parallel \Pi_3$)

Пространственная картина

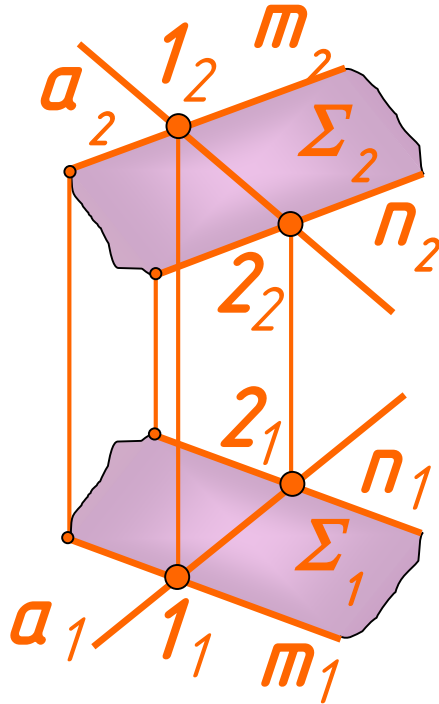
Комплексный чертеж



В силу параллельности следы (горизонтальный Σ_1 и фронтальный Σ_2) плоскости Σ будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость Σ , проецируется в натуральную величину на профильную плоскость проекций

Принадлежность прямой плоскости

1

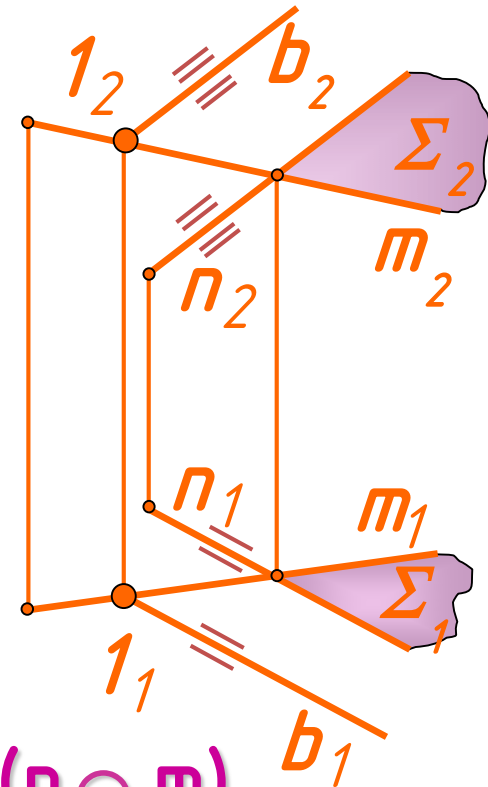


$$\Sigma(n \parallel m)$$

$$(1 \in m) \in \Sigma; (2 \in n) \in \Sigma$$

$$a \rightarrow (1 \cup 2) \Rightarrow a \in \Sigma$$

2



$$\Sigma(n \cap m)$$

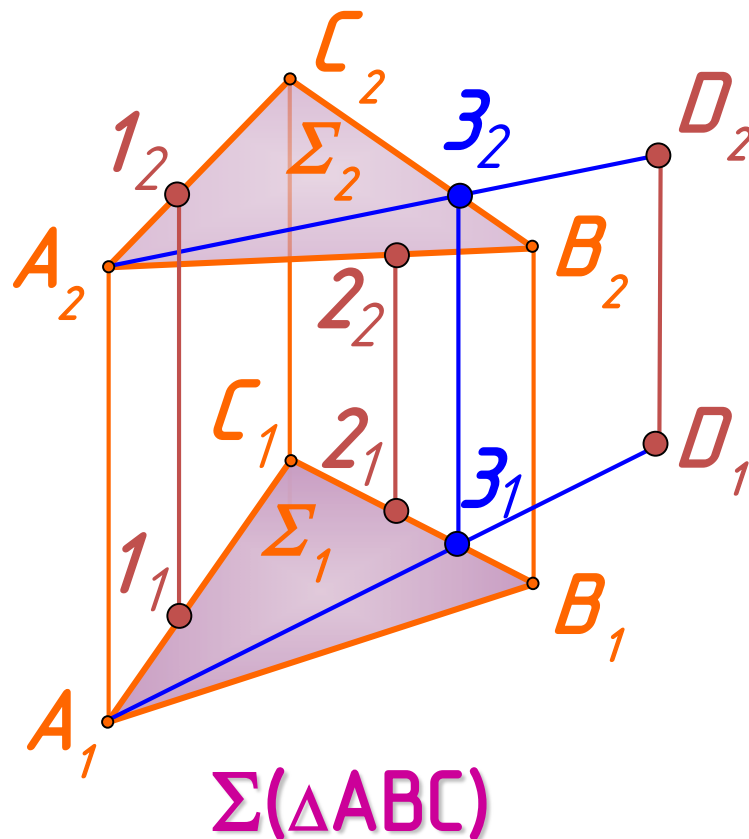
$$(1 \in m) \in \Sigma; 1 \in b$$

$$b \parallel n \Rightarrow b \in \Sigma$$

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

- 1) через две точки этой плоскости;
- 2) через одну точку плоскости и параллельно какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости

Принадлежность точки плоскости



1 $1, 2 \in \Sigma$ - ?

$(1 \in AC) \in \Sigma$

$2 \notin \Sigma$

2 D_2 - ?, если $D \in \Sigma$

$\Pi_1: (D_1 \cup A_1) \cap C_1 B_1 = 3_1$

$\Pi_2: 3_2 \in C_2 B_2$

$A_2 \cup 3_2$

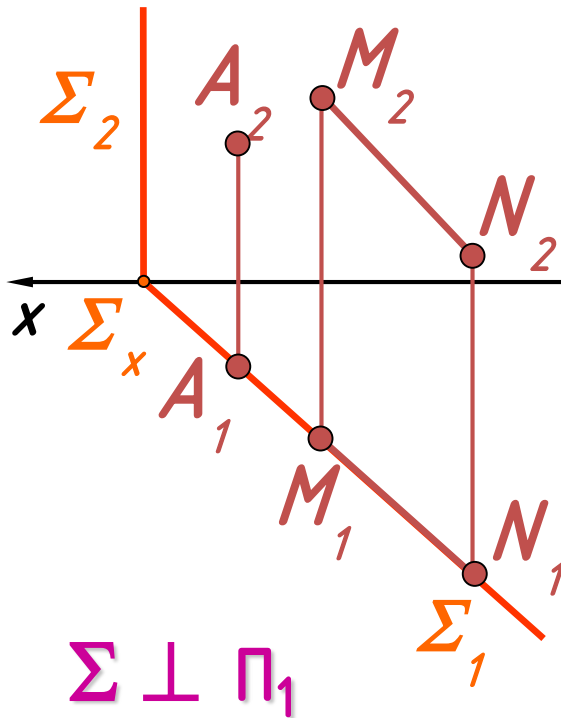
$D_2 \in A_2 3_2$

Точка будет лежать в плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости. Воспользуемся этим положением:

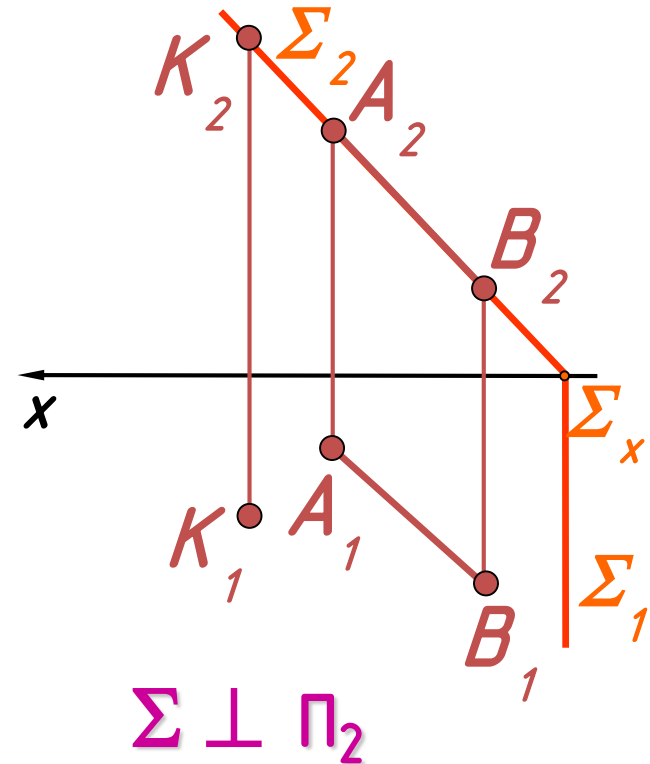
1) при чтении чертежа;

2) при построении точки, лежащей в данной плоскости

Принадлежность прямой и точки плоскости



$A_1 \in \Sigma_1 \Rightarrow A \in \Sigma$
 $N_1M_1 \in \Sigma_1 \Rightarrow MN \in \Sigma$



$K_2 \in \Sigma_2 \Rightarrow K \in \Sigma$
 $A_2B_2 \in \Sigma_2 \Rightarrow AB \in \Sigma$

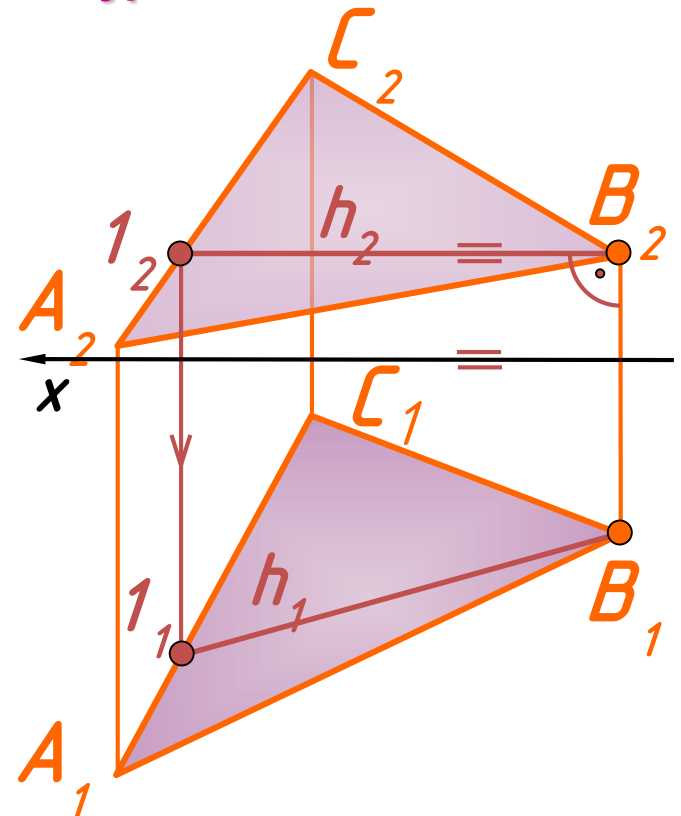
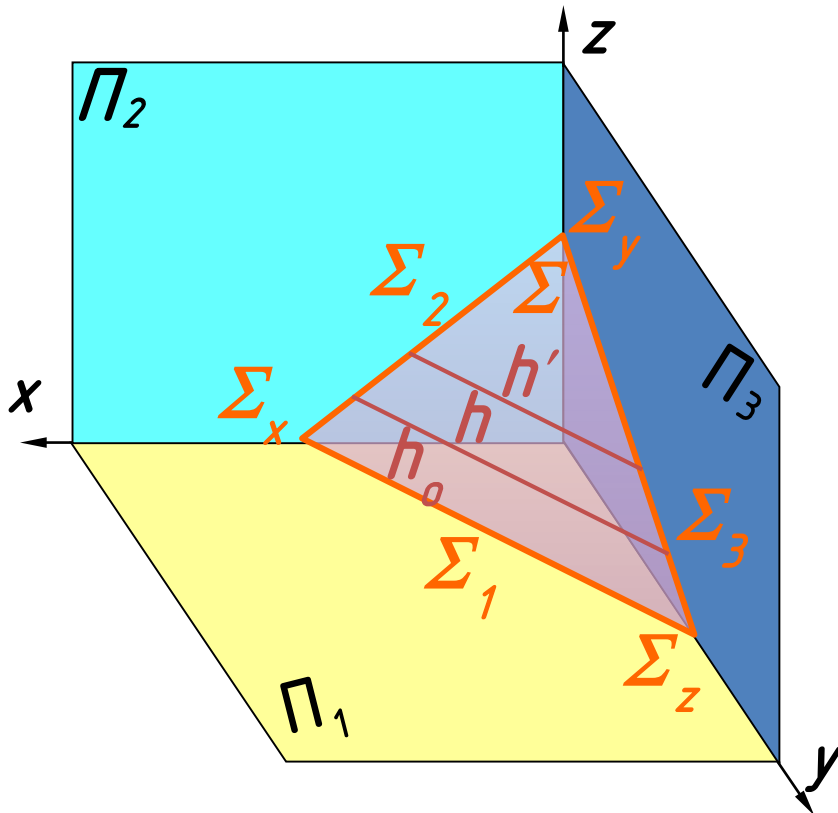
Если плоскость занимает проецирующее положение, то соответствующие проекции всех точек и прямых данной плоскости совпадают с ее следом.

Это собирательное свойство проецирующих плоскостей

Главные линии плоскости

Горизонталей плоскости бесчисленное множество,
все они параллельны между собой

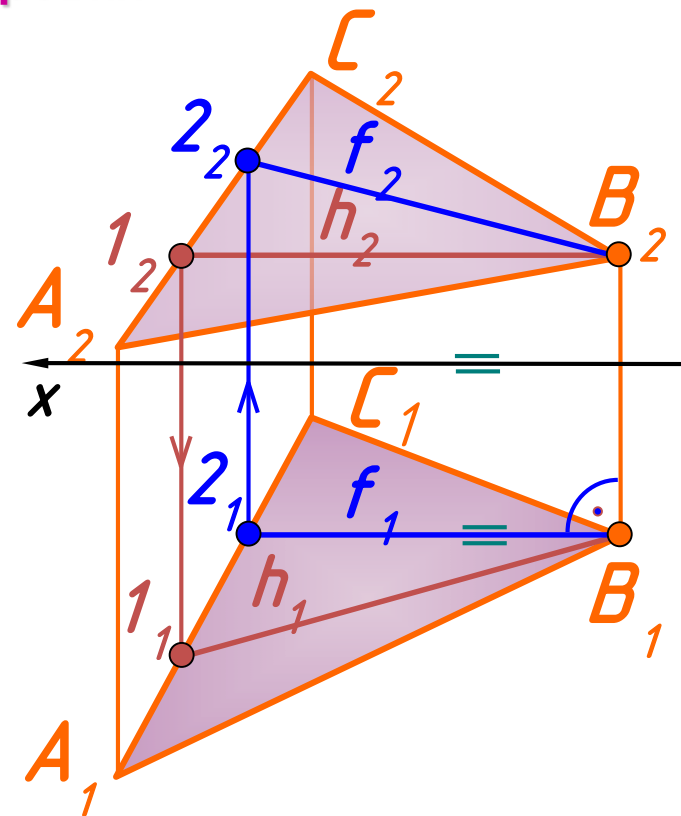
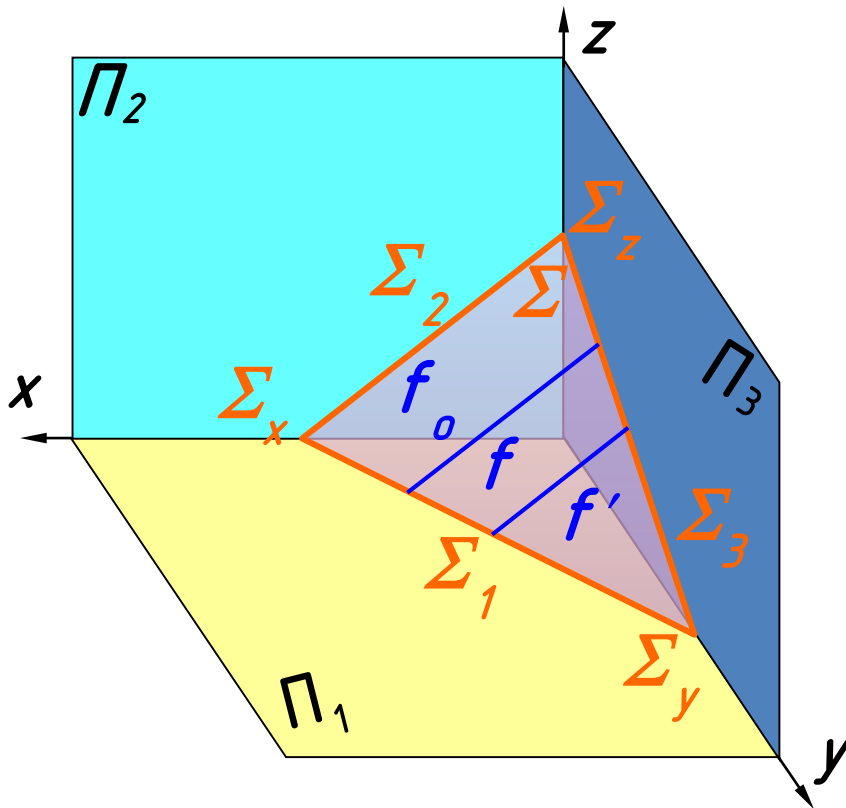
Горизонтальный след – это горизонталь нулевого уровня



Горизонталь плоскости – это прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций. Фронтальная проекция горизонтали параллельна оси x . Положение горизонтали в плоскости определяют две точки (например, B и 1)

Главные линии плоскости

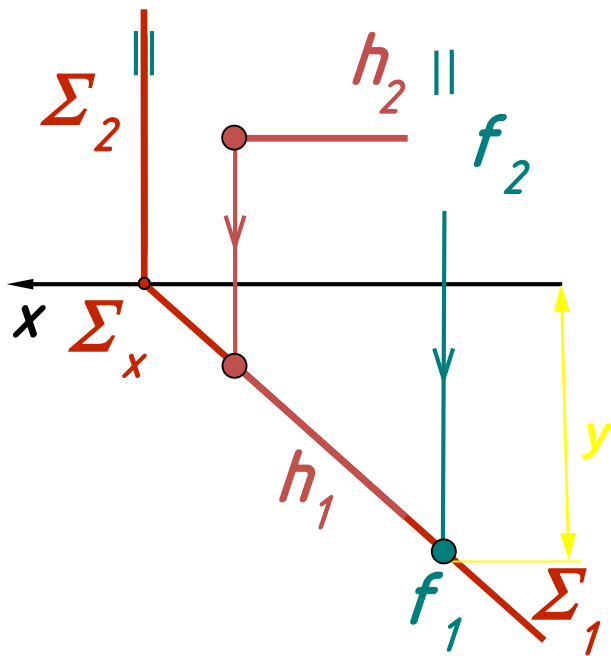
Фронталей плоскости бесчисленное множество,
все они параллельны между собой
Фронтальный след – это фронталь нулевого уровня



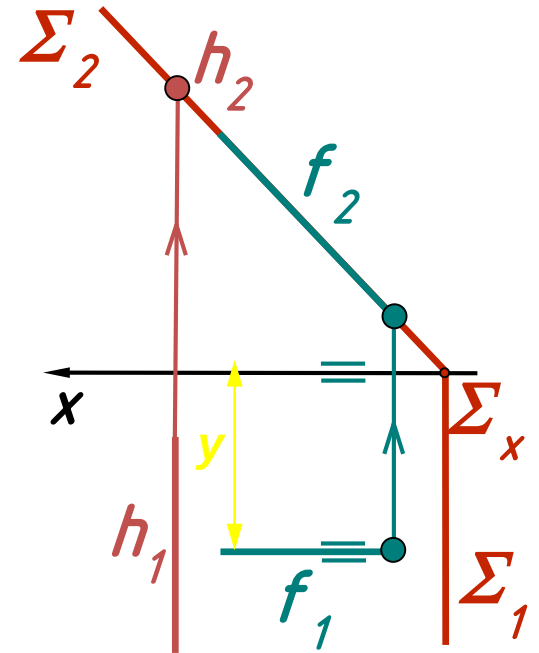
Фронталь плоскости – это прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций.
Горизонтальная проекция фронтали параллельна оси x . Положение фронтали в плоскости определяют две точки (например, B и 2)

Главные линии плоскости

В проецирующих плоскостях одна из линий уровня является проецирующей прямой



$\Sigma \perp \Pi_1$

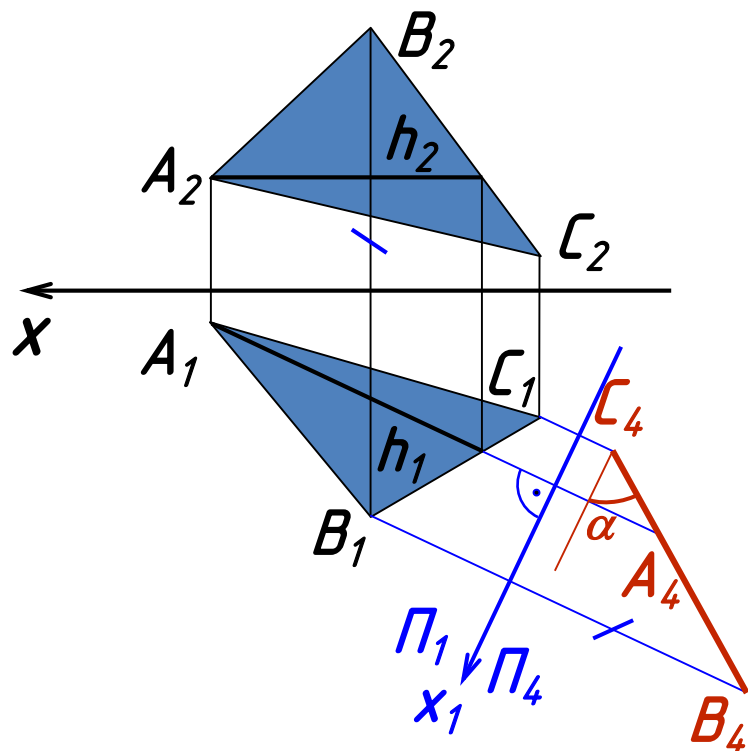


$\Sigma \perp \Pi_2$

Горизонтальная проекция фронтали параллельна оси x . Фронтальная проекция фронтали параллельна фронтальному следу плоскости или ему принадлежит. Координата y показывает расстояние от фронтали данной плоскости до фронтальной плоскости проекций

Метрические задачи

Задача 1. Определить натуральную величину треугольника $\Sigma(\triangle ABC)$ и угол наклона его к плоскости Π_1 способом перемены плоскостей проекций

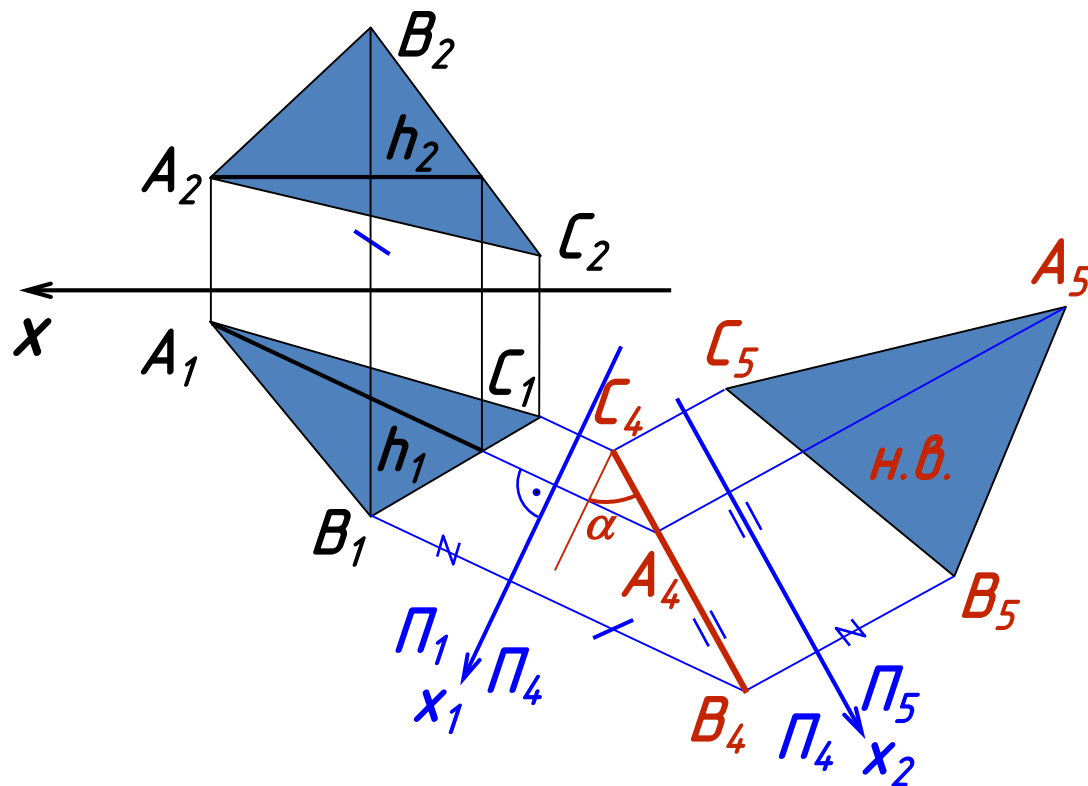


$$\begin{aligned} 1. \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_4 &\perp h \in \Sigma(\triangle ABC) \end{aligned}$$

При первом преобразовании выбираем новую плоскость проекций Π_4 перпендикулярно горизонтали плоскости h так, чтобы она заняла проецирующее положение. На Π_4 получаем вырожденную проекцию плоскости (прямую) и ее угол наклона α к плоскости проекций Π_1 .

Метрические задачи

Задача 1. Определить натуральную величину треугольника $\Sigma(\triangle ABC)$ и угол наклона его к плоскости Π_1 способом перемены плоскостей проекций



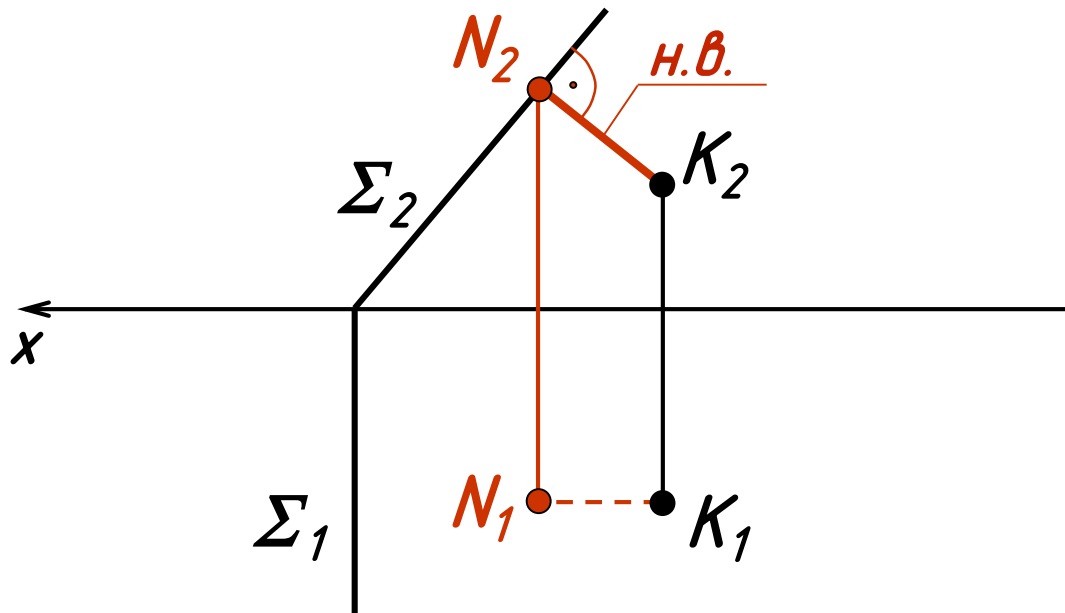
$$1. \Pi_4 \perp \Pi_1$$
$$\Pi_4 \perp h \in \Sigma(\triangle ABC)$$

$$2. \Pi_5 \perp \Pi_4$$
$$\Pi_5 \parallel \Sigma(\triangle ABC)$$

При втором преобразовании выбираем новую плоскость проекций Π_5 так, чтобы плоскость заняла положение плоскости уровня. На Π_5 строим натуральную величину треугольника

Метрические задачи

Задача 2. Определить расстояние от точки K до плоскости частного положения $\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2)$

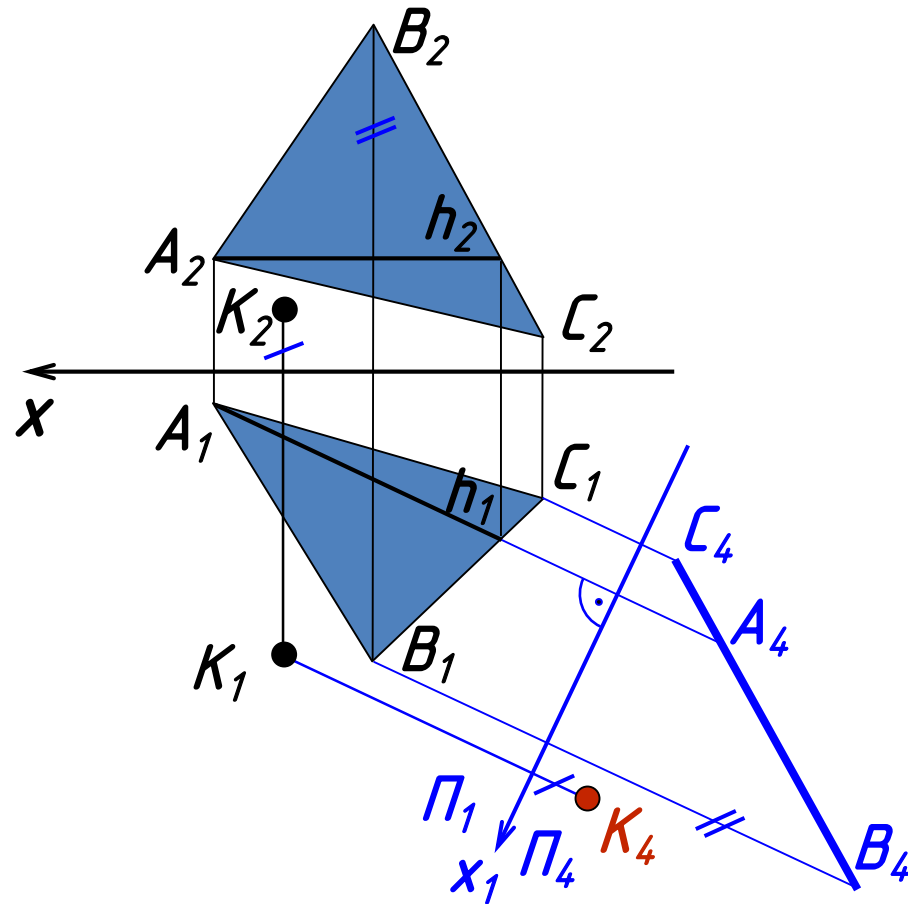


KN – искомое
расстояние

Проекции искомого расстояния будут перпендикулярны следам данной плоскости. В силу этого $N_2 K_2$ есть натуральная величина расстояния. Перпендикуляр NK проходит под плоскостью Σ , поэтому его горизонтальная проекция невидима

Метрические задачи

Задача 3. Определить расстояние от точки K до плоскости треугольника $\Sigma(\triangle ABC)$

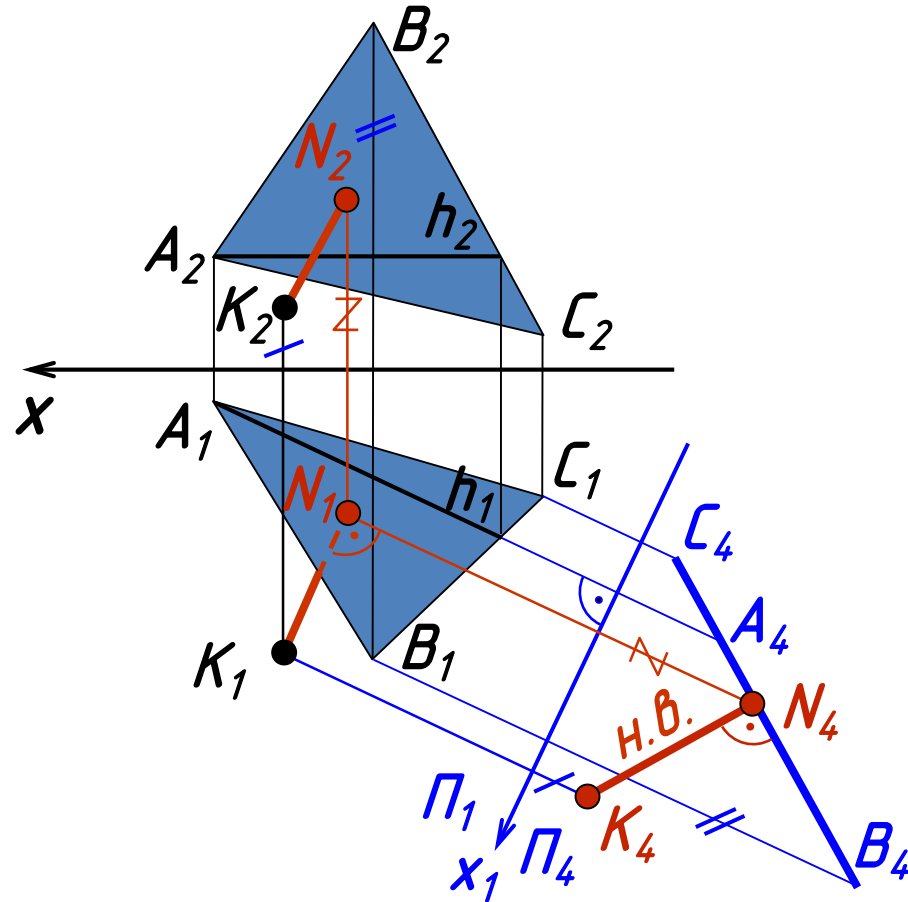


$$\begin{aligned} 1. \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_4 &\perp h \in \Sigma(\triangle ABC) \end{aligned}$$

Выбираем новую плоскость проекций Π_4 перпендикулярно горизонтали плоскости h так, чтобы она заняла проецирующее положение. На Π_4 получаем вырожденную проекцию плоскости (прямую) и проекцию точки K_4 .

Метрические задачи

Задача 3. Определить расстояние от точки K до плоскости треугольника $\Sigma(\triangle ABC)$



1. $\Pi_4 \perp \Pi_1$
 $\Pi_4 \perp h \in \Sigma(\triangle ABC)$
2. KN – искомый отрезок

Построение перпендикуляра начинают с плоскости проекций Π_4 (см. зад.12), затем строят его проекции на плоскостях Π_1 и Π_2 . На плоскости проекций Π_4 изобразится натуральная величина расстояния от точки K до плоскости треугольника. Определяют видимость перпендикуляра.