

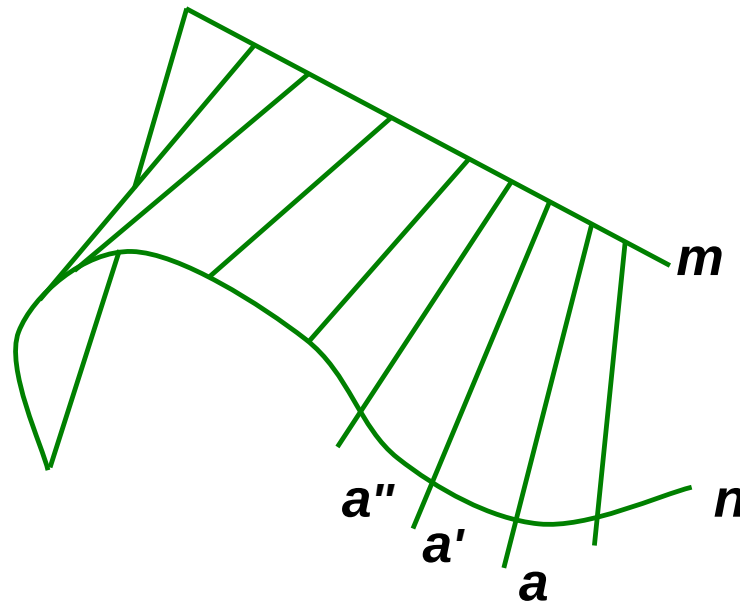
Лекция 5

Поверхности

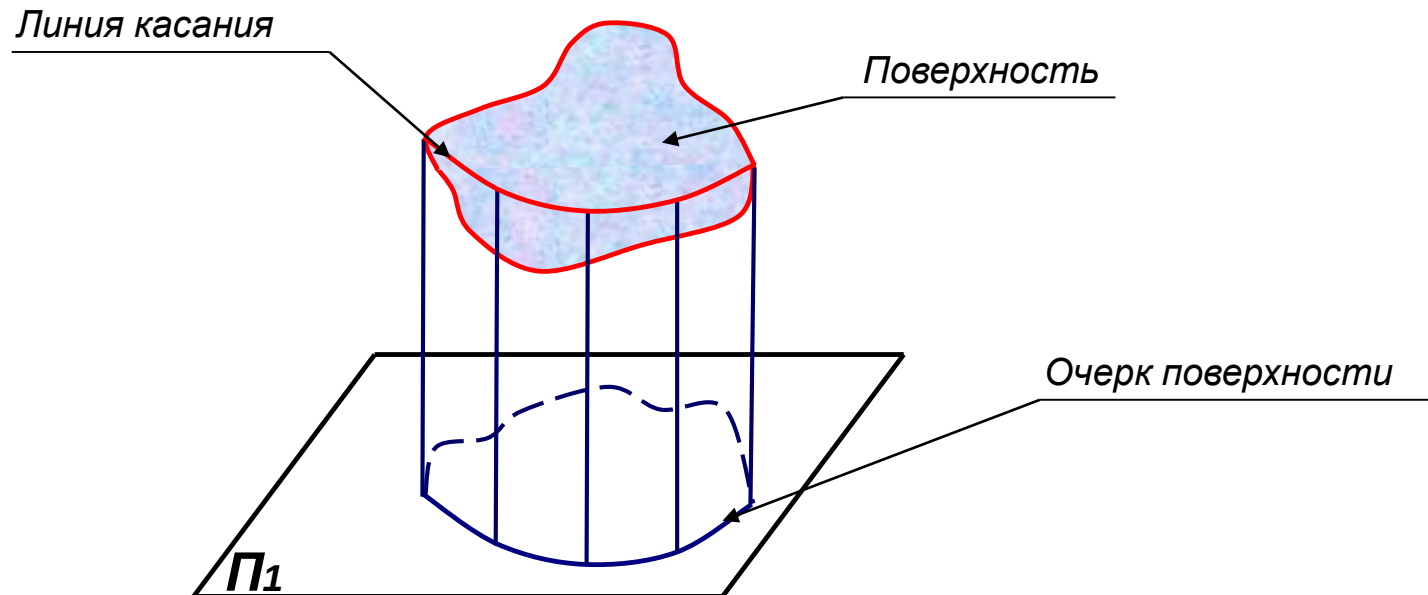
Следует рассматривать поверхность как совокупность последовательных положений линии a , перемещающейся в пространстве по определенному закону.

Закон перемещения линии a целесообразно задать в виде семейства линий m , n .

Подвижная линия a называется образующей, неподвижные линии m , n – направляющими.



- **Каркас поверхности** – множество линий, определяющих поверхность.
- **Определителем поверхности** называют совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.
- **Очерком поверхности** называют проекцию проецирующей цилиндрической поверхности, которая огибает заданную поверхность.



Основой классификации поверхностей могут служить их определители или геометрические особенности, связанные с кинематическим способом образования.

Важными признаками формообразования поверхностей являются:

- **Вид образующей;**
- **Постоянство образующей;**
- **Закон перемещения образующей;**
- **Развёртываемость куска поверхности.**

Классификация поверхностей

По виду образующей:

- Линейчатые
- Нелинейчатые

По постоянству образующей:

- С постоянной образующей
- С переменной образующей

По закону движения образующей:

- Кинематические поверхности
- Поверхности вращения
- Винтовые поверхности

По развёртываемости:

- Развёртываемые
- Не развёртываемые

Линейчатые развёртываемые поверхности

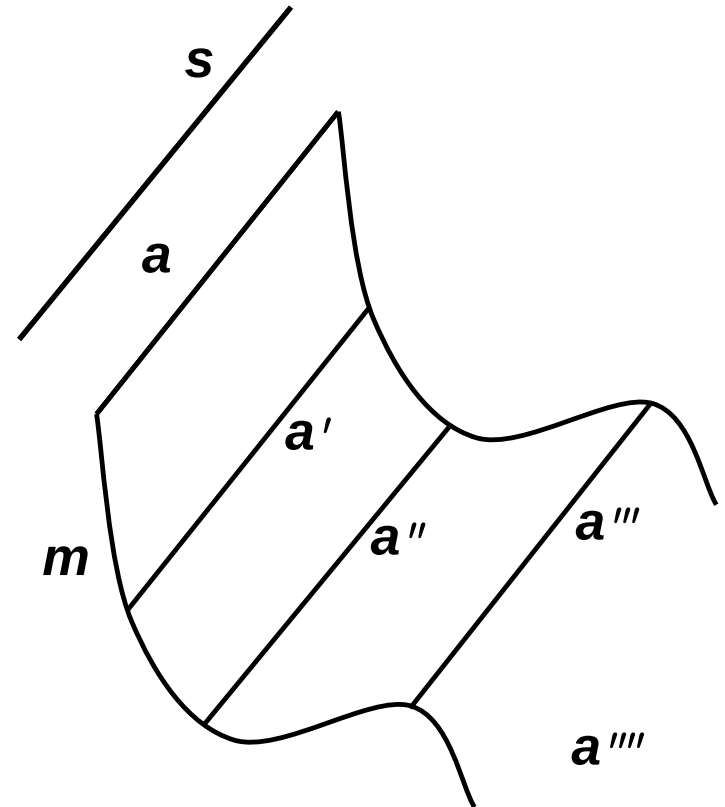
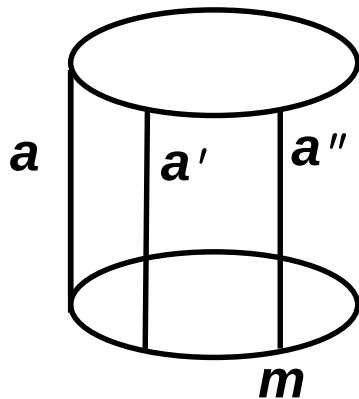
Цилиндрические поверхности

$\Phi(a, m, s) [a \cap m, a \parallel s],$

m -кривая направляющая

s -направляющий вектор

Если m -окружность и $m \perp a$, то поверхностью будет прямой круговой цилиндр.

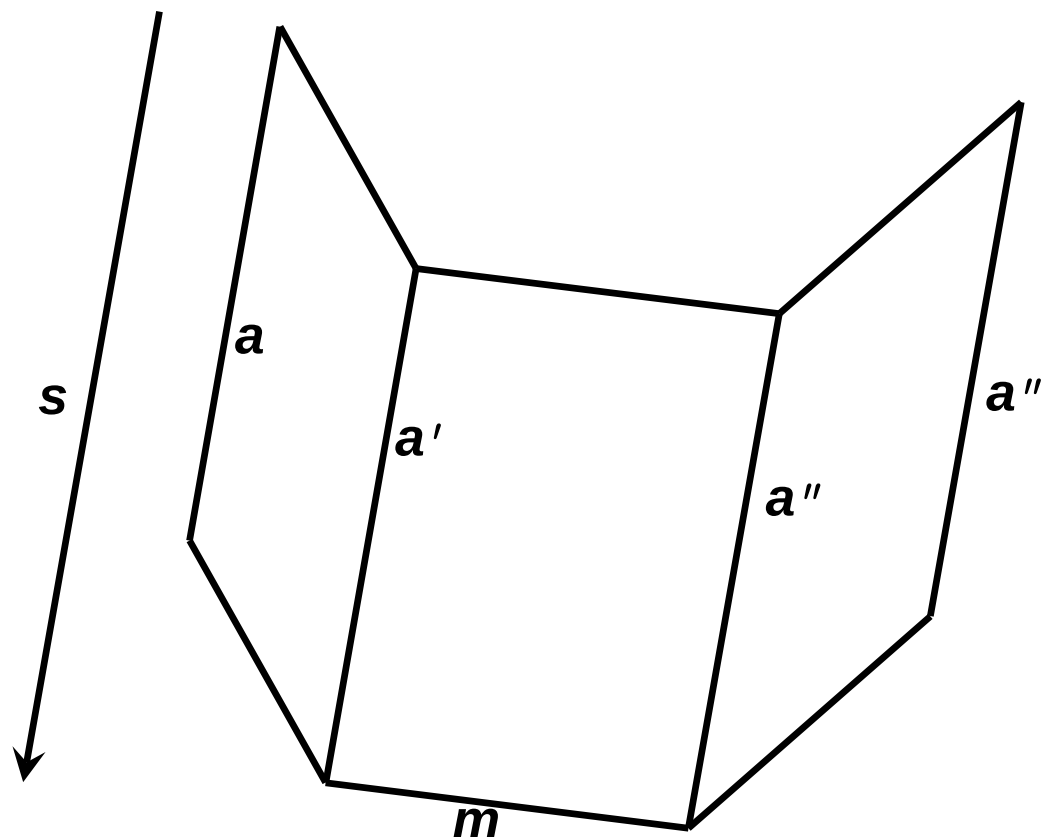


Призматические поверхности

$$\Phi(a, m, s) [a \cap m, a \parallel s]$$

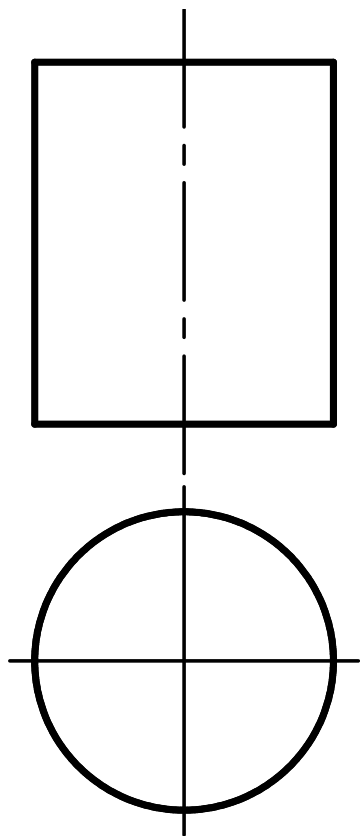
m -ломаная линия

s -направляющий вектор

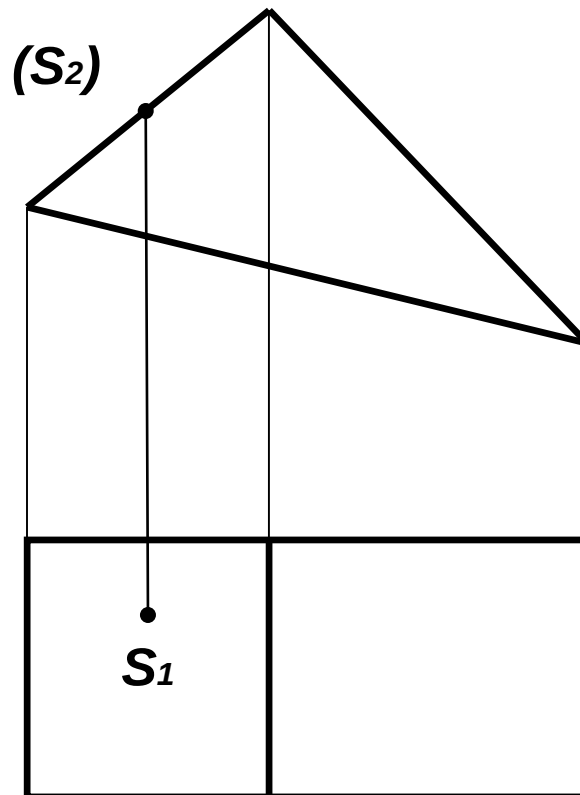


Проецирующие поверхности

Все образующие **перпендикулярны** плоскости проекций.



$\Phi \perp \Pi_1$

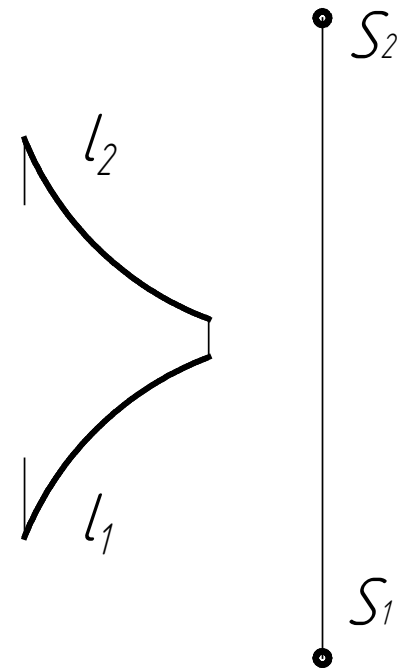
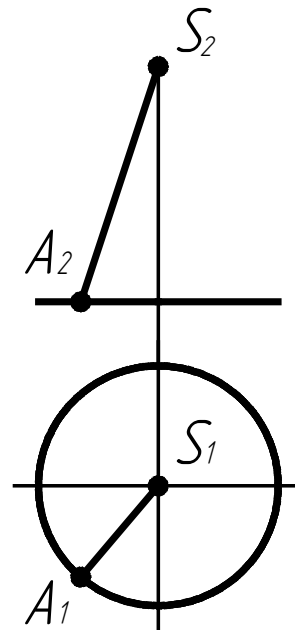
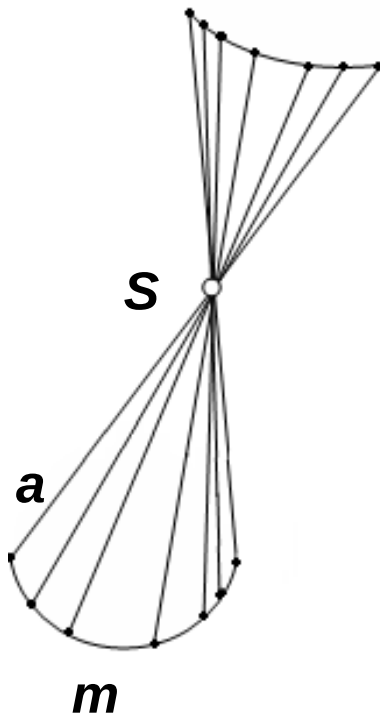


$\Phi \perp \Pi_2$

Конические поверхности

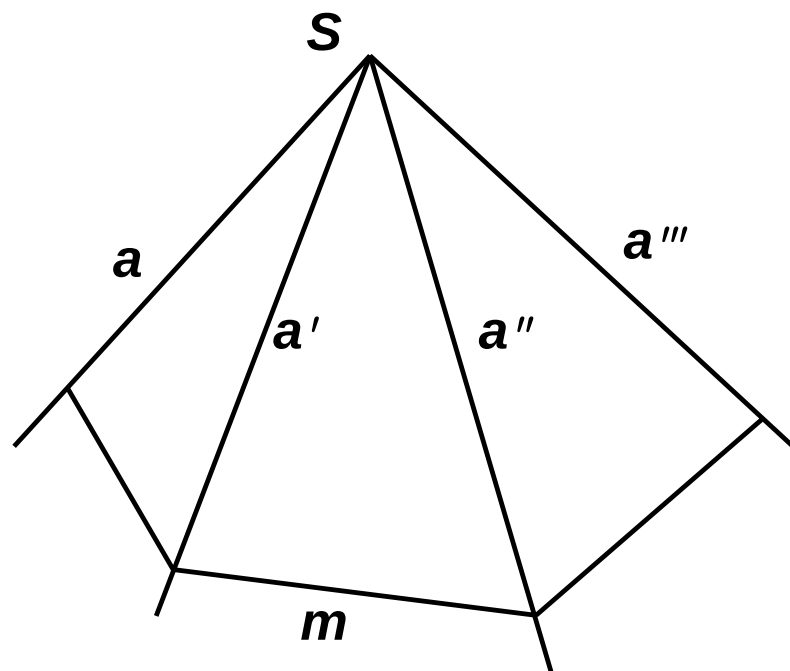
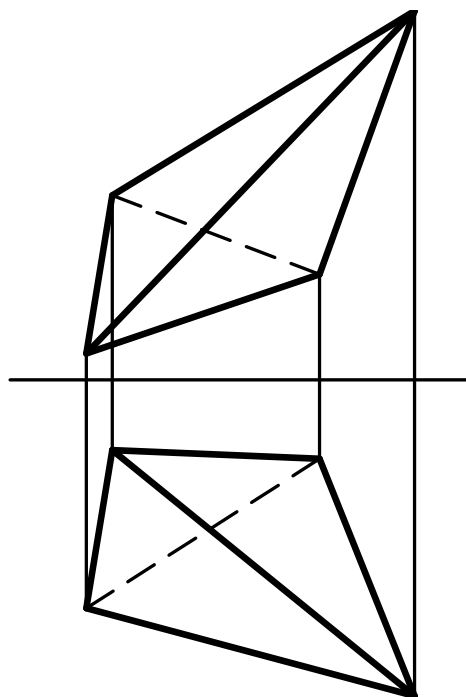
На эюре Монжа коническая поверхность
однозначно задается проекциями ее образующей a
(a_1, a_2), направляющей m (m_1, m_2) и вершины S (S_1, S_2)

$$\Phi(a, m, S) [a \cap m, S \in a]$$



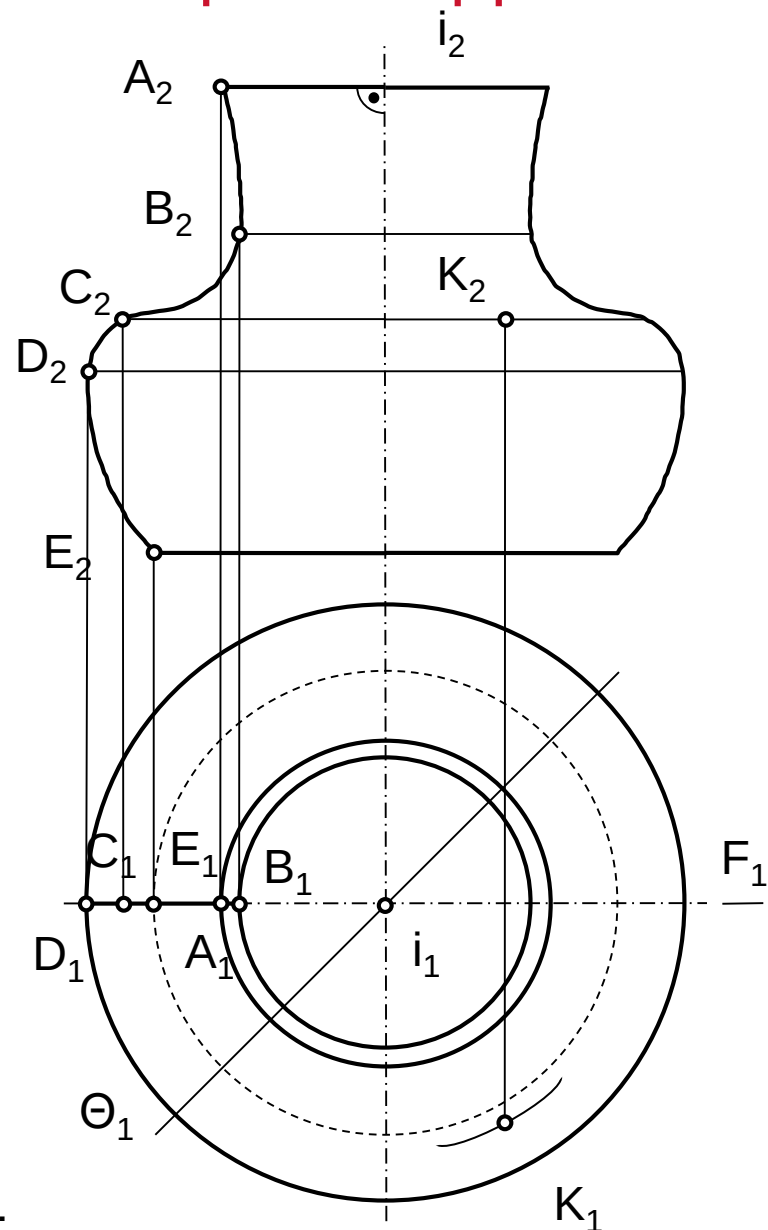
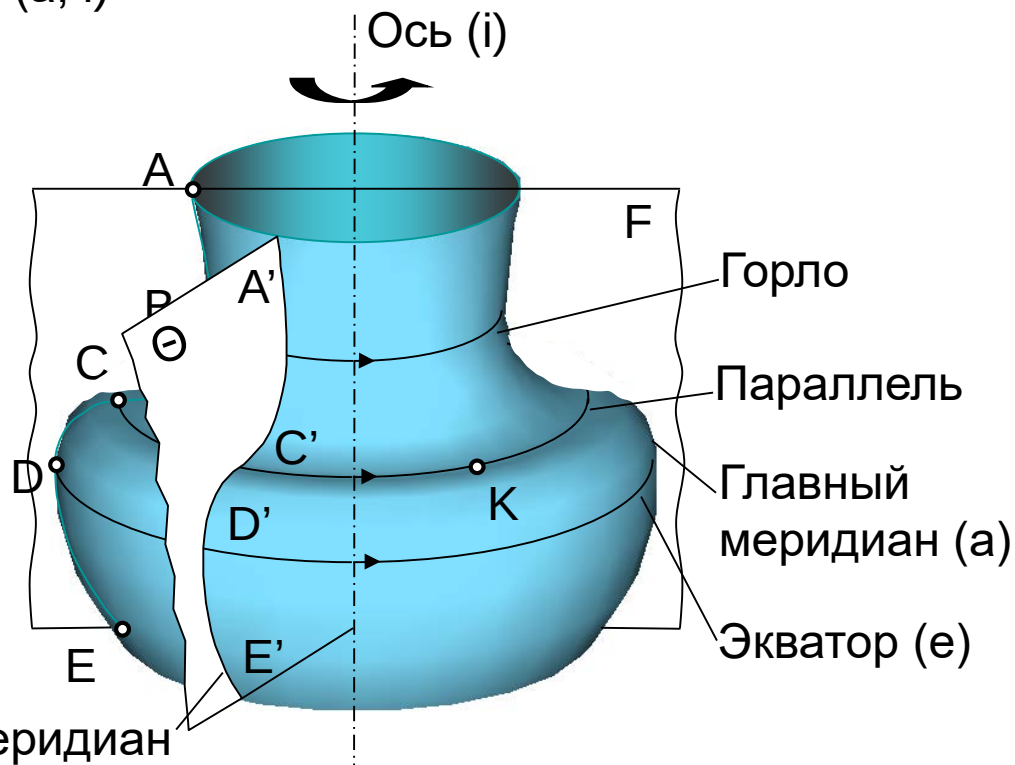
Пирамидальные поверхности

$$\Phi(a, m, S) [a \cap m, S \in a]$$



Поверхности вращения общего вида

$\Phi(a, i)$



Меридиан

Произвольная точка образующей при вращении вокруг оси описывает окружность – **параллель**.

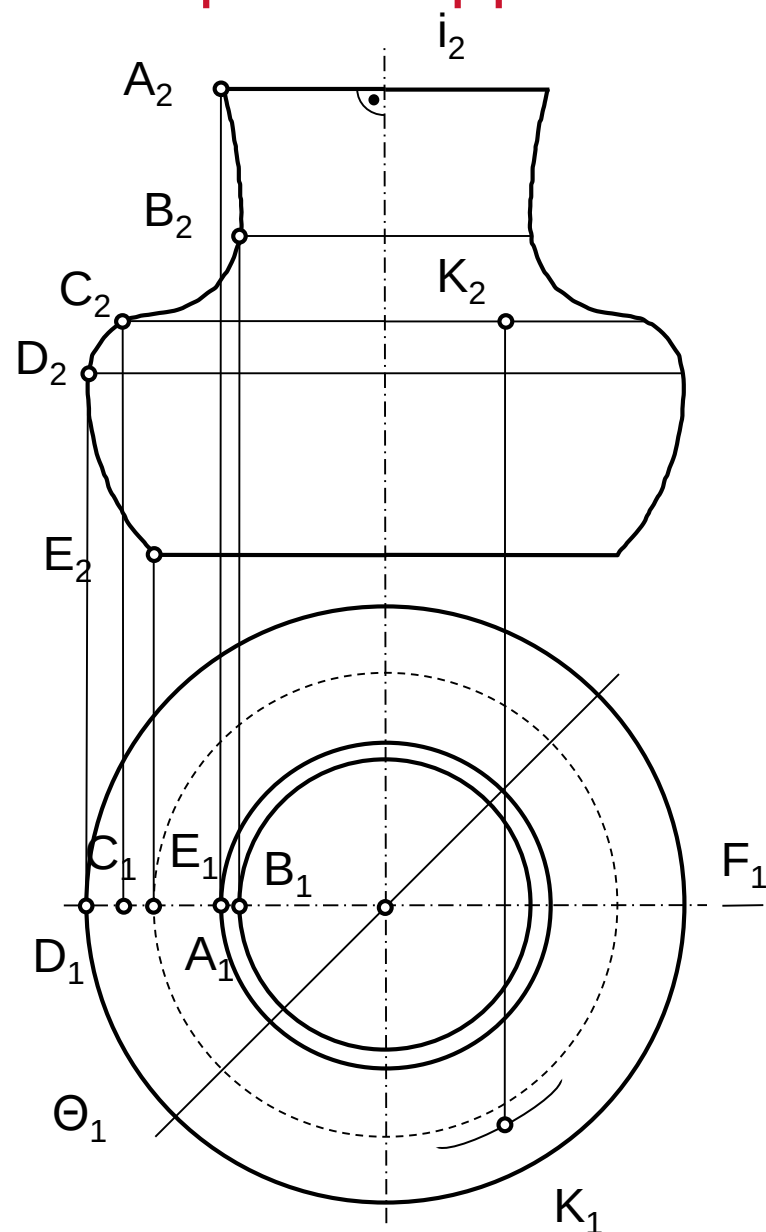
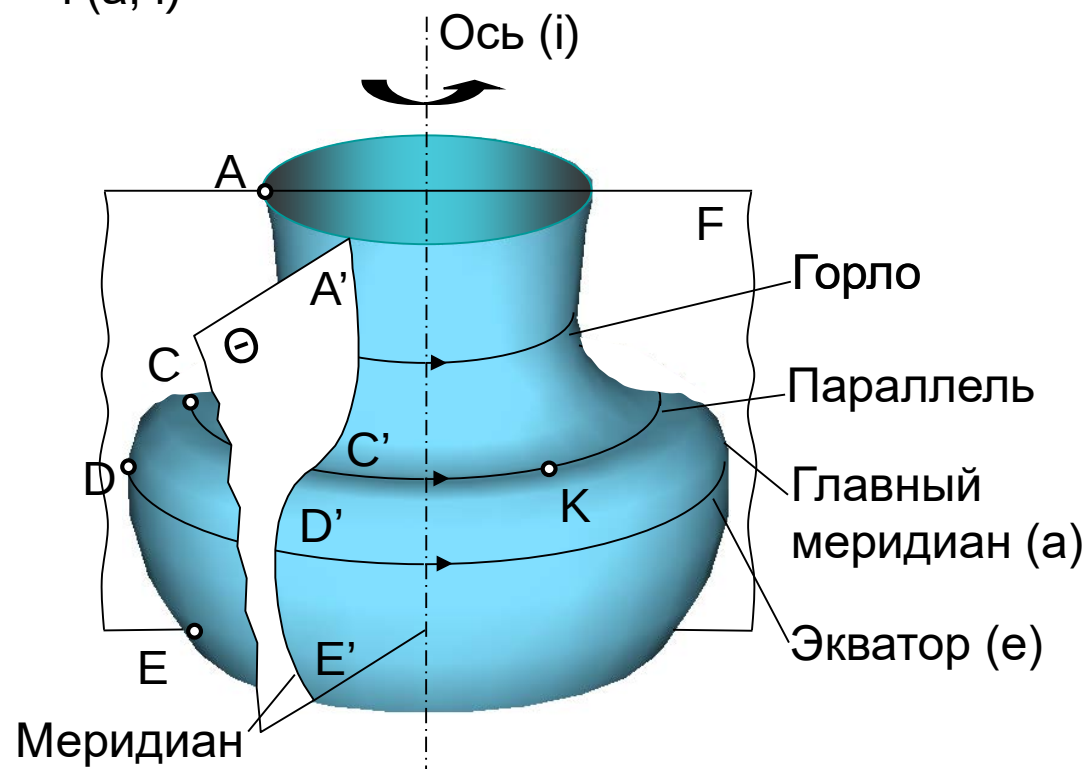
Наиб. – **экватор**,
наим. – **горловина**

– очерковые
линии
поверхности

Радиус параллели –
расстояние от точки до оси.

Поверхности вращения общего вида

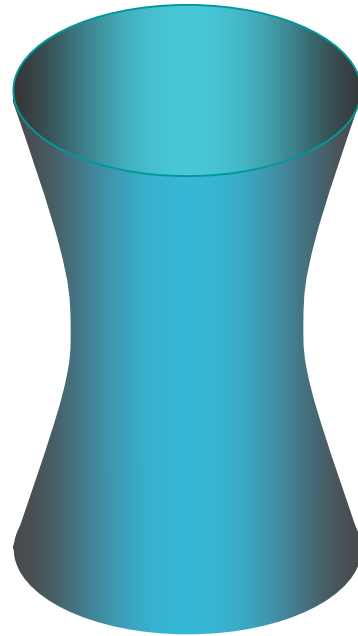
$\Phi(a, i)$



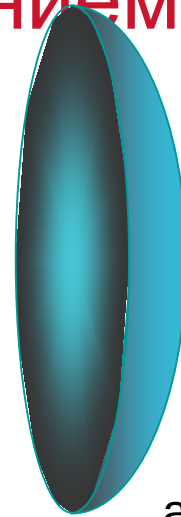
Меридиональные плоскости – через ось вращения. (*Главная* – параллельная плоскости проекции)

Меридианы – линии пересечения м. плоскостями поверхности. (*Главный* – главной м. п. (очерк на П₂))

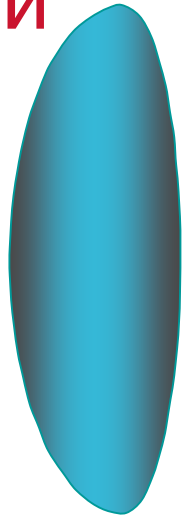
П В, образованные вращением линии



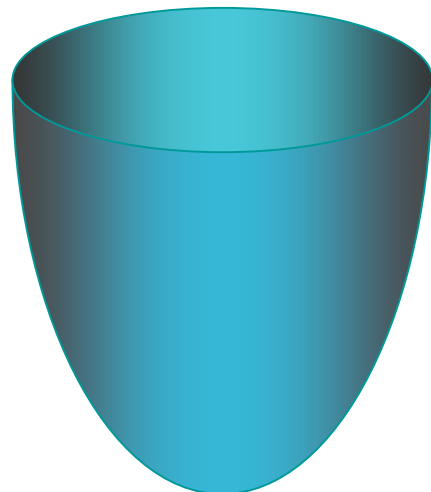
Гиперболоид
однополостной



$$a \perp i$$



Гиперболоид
двухполостной

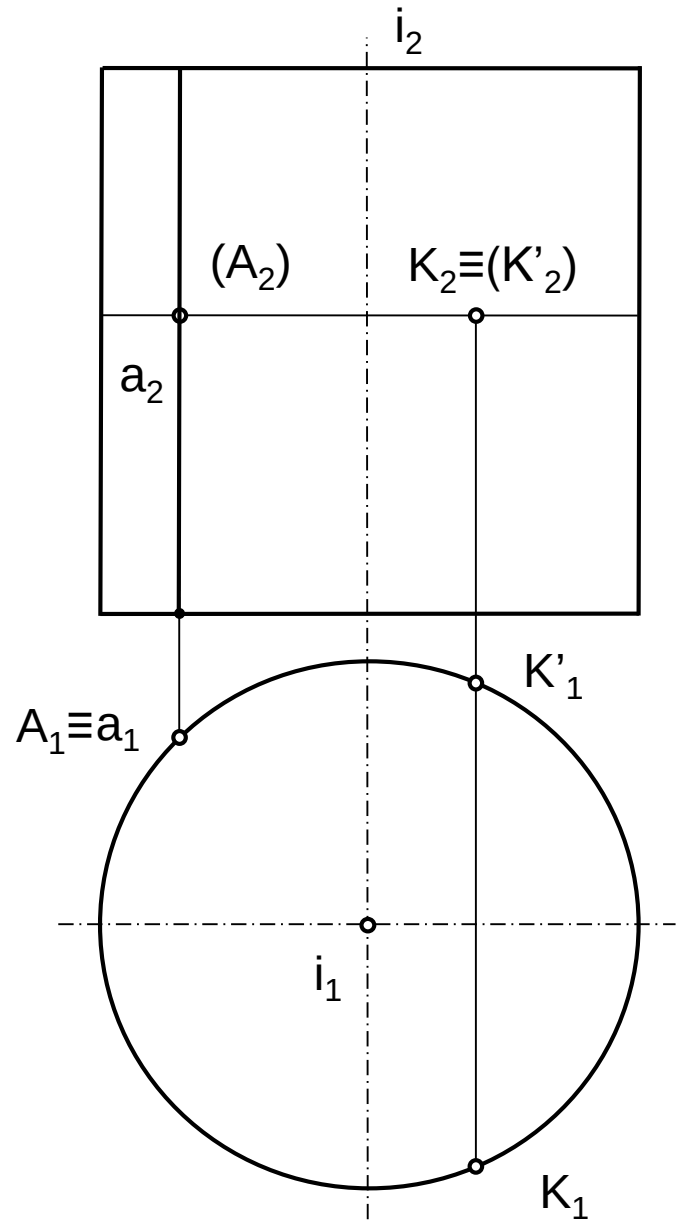
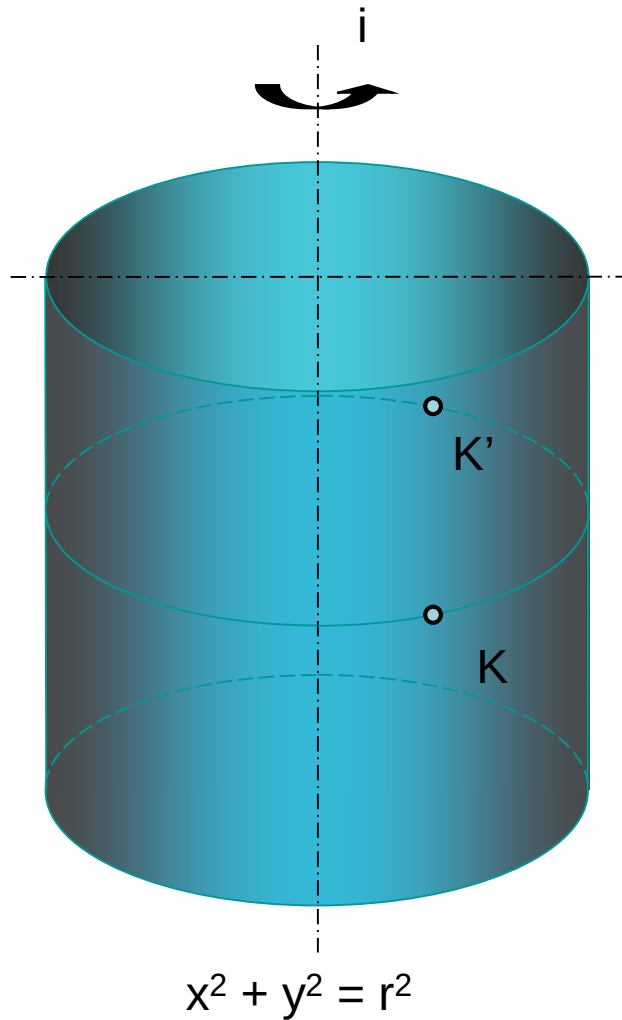


Параболоид вращения

П В, образованные вращением линии

Прямой круговой цилиндр

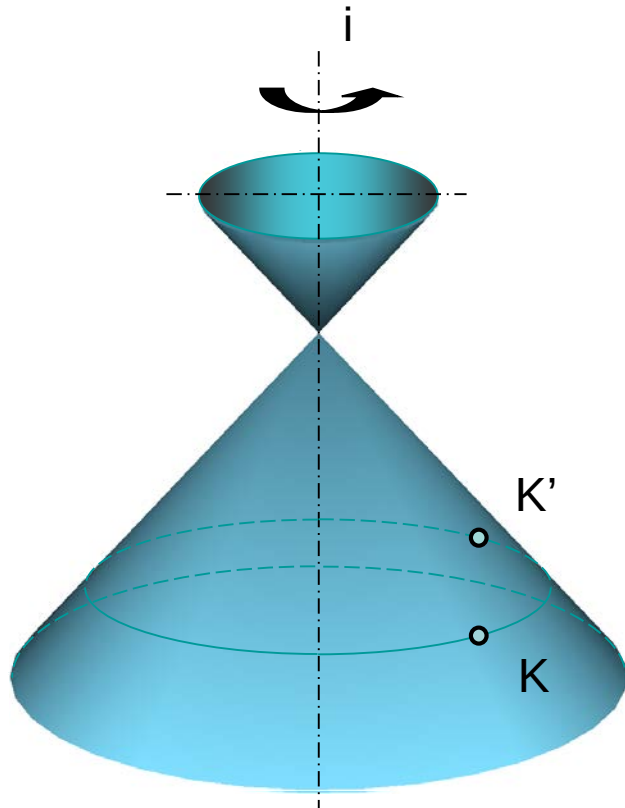
$\Phi(a, i)$ $a \parallel i$ a – прямая



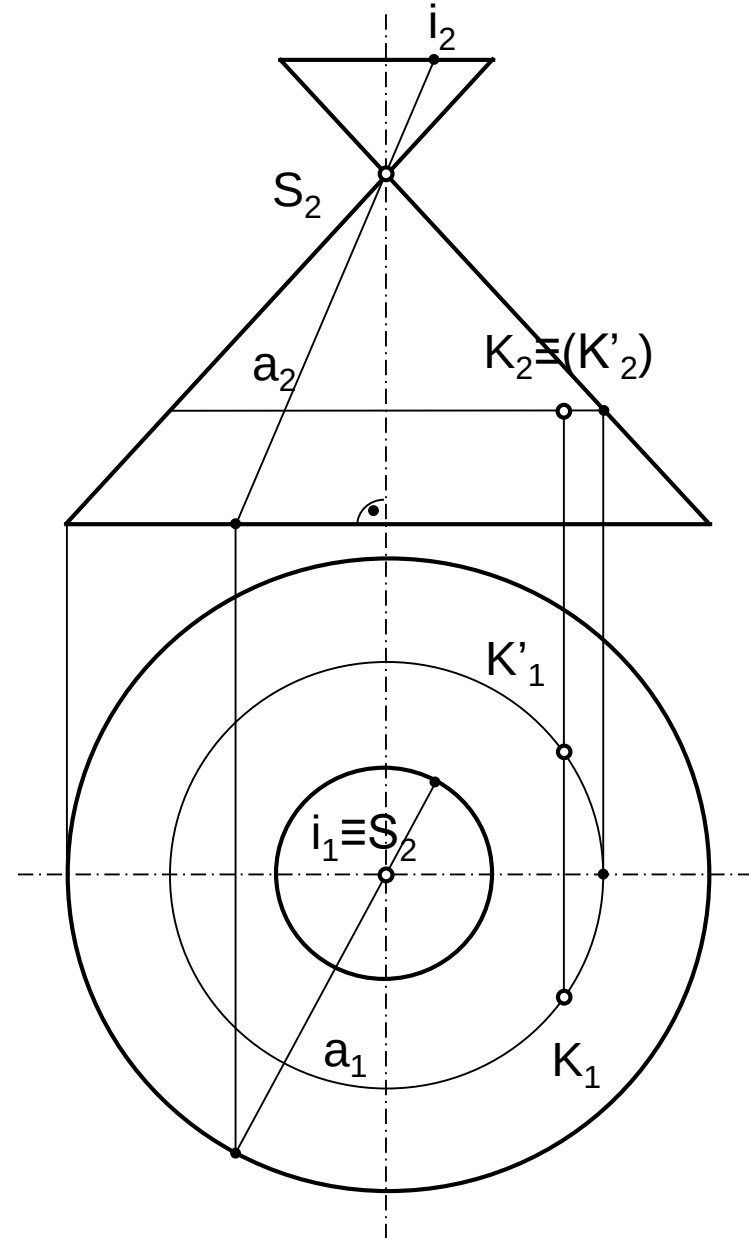
П В, образованные вращением линии

Прямой круговой конус

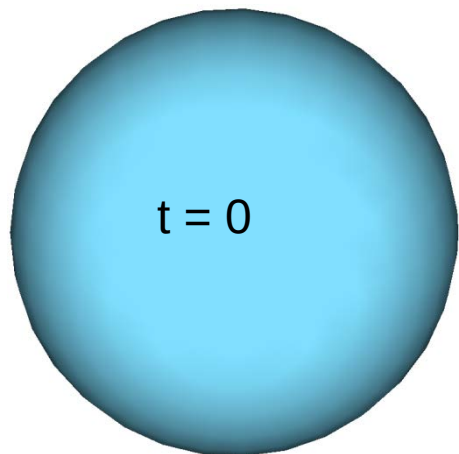
$\Phi(a, i)$ $a \cap i = s$ a – прямая



$$z^2 = k^2(x^2 + y^2)$$

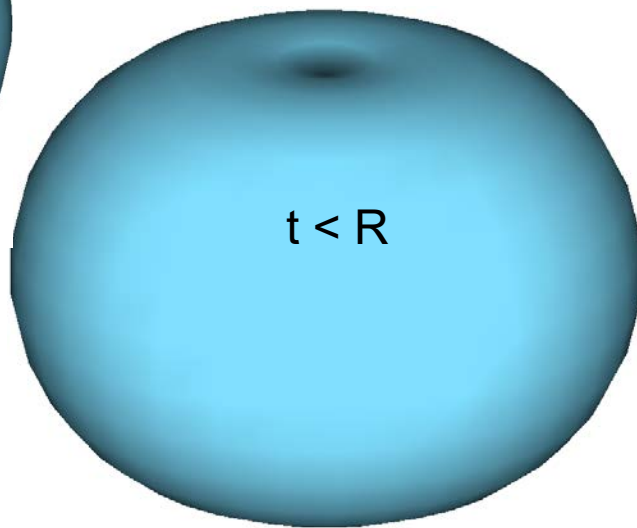


П В, образованные вращением окружности



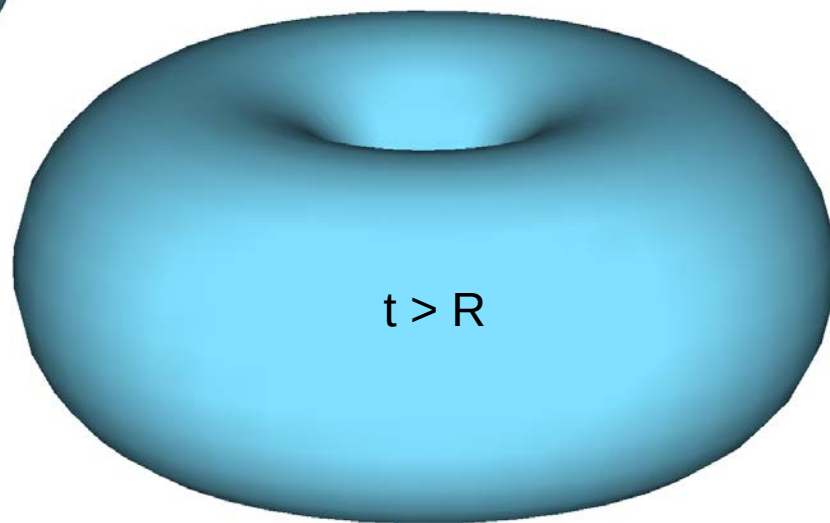
$t = 0$

Сфера



$t < R$

Тор закрытый



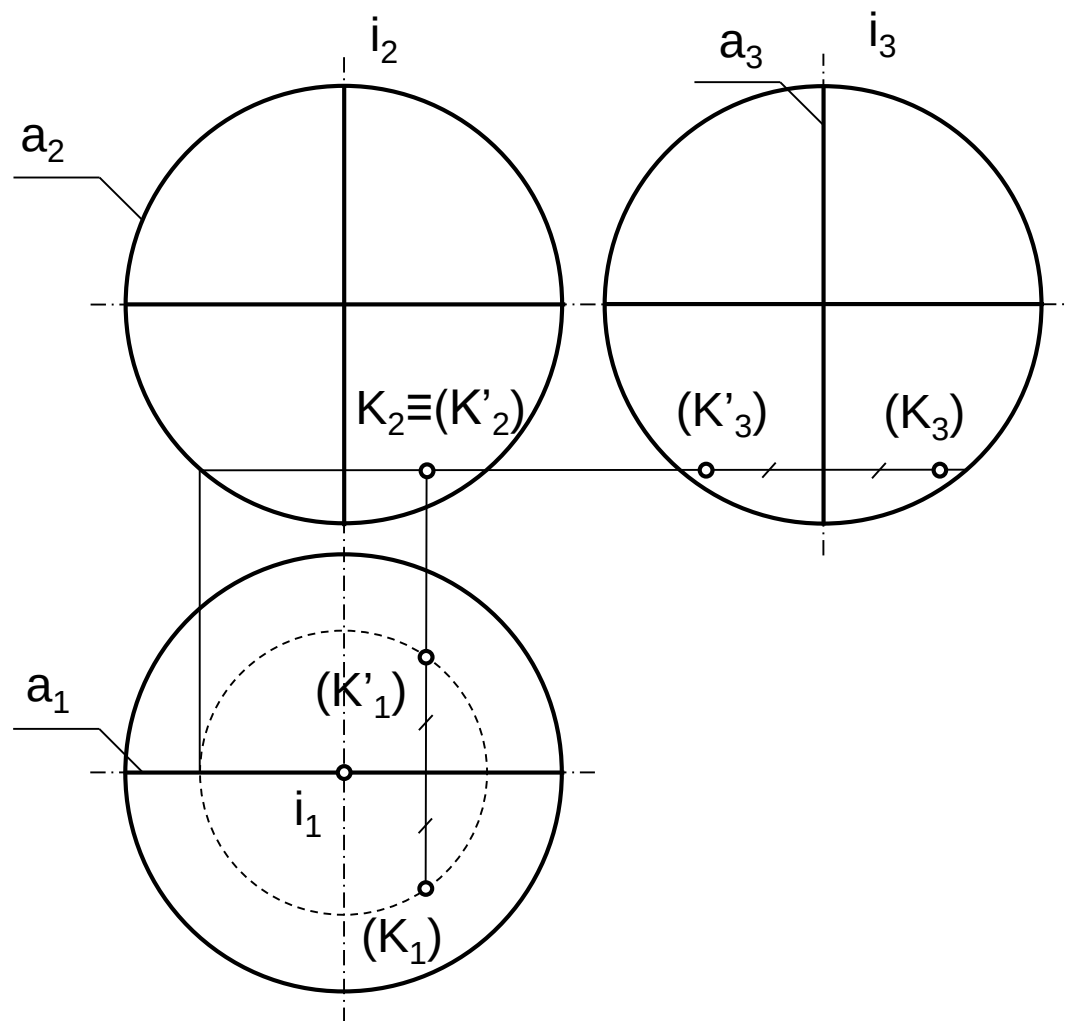
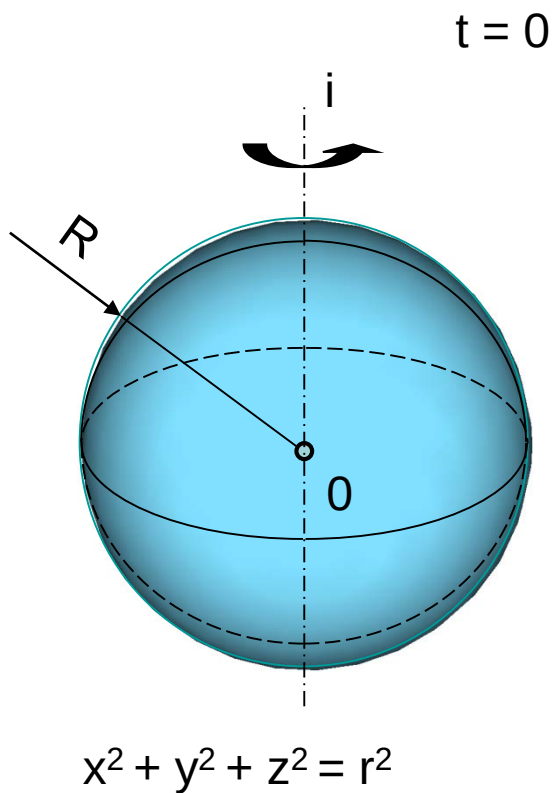
$t > R$

Тор открытый

П В, образованные вращением окружности

Сфера

$\Phi(a, i)$ a – окружность

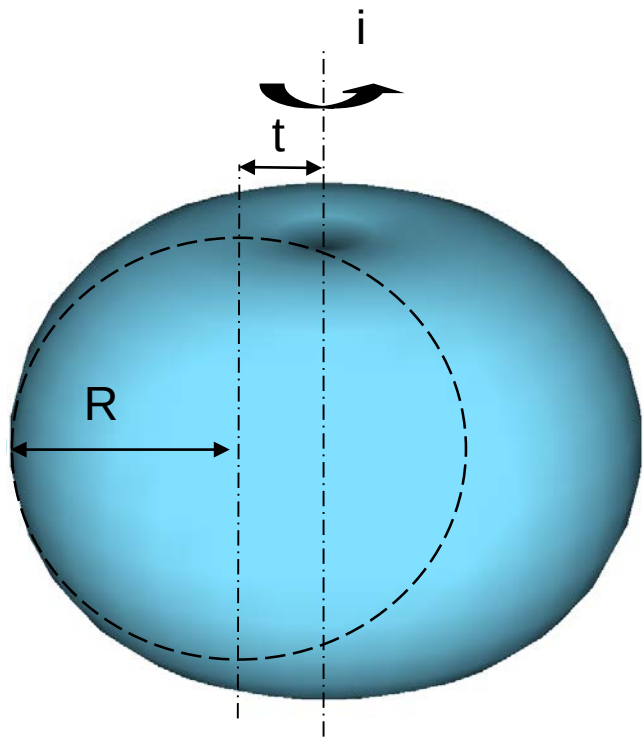


П В, образованные вращением окружности

Тор закрытый

$\Phi(a, i)$ a – окружность

$$t < R$$



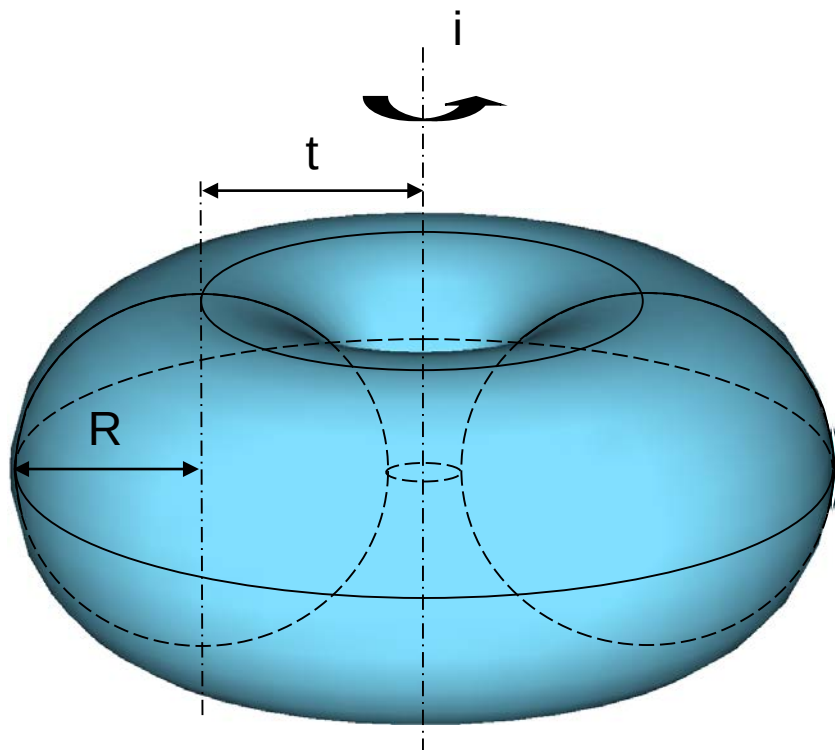
$$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4 a^2 (x^2 + y^2), \quad a < b$$

П В, образованные вращением окружности

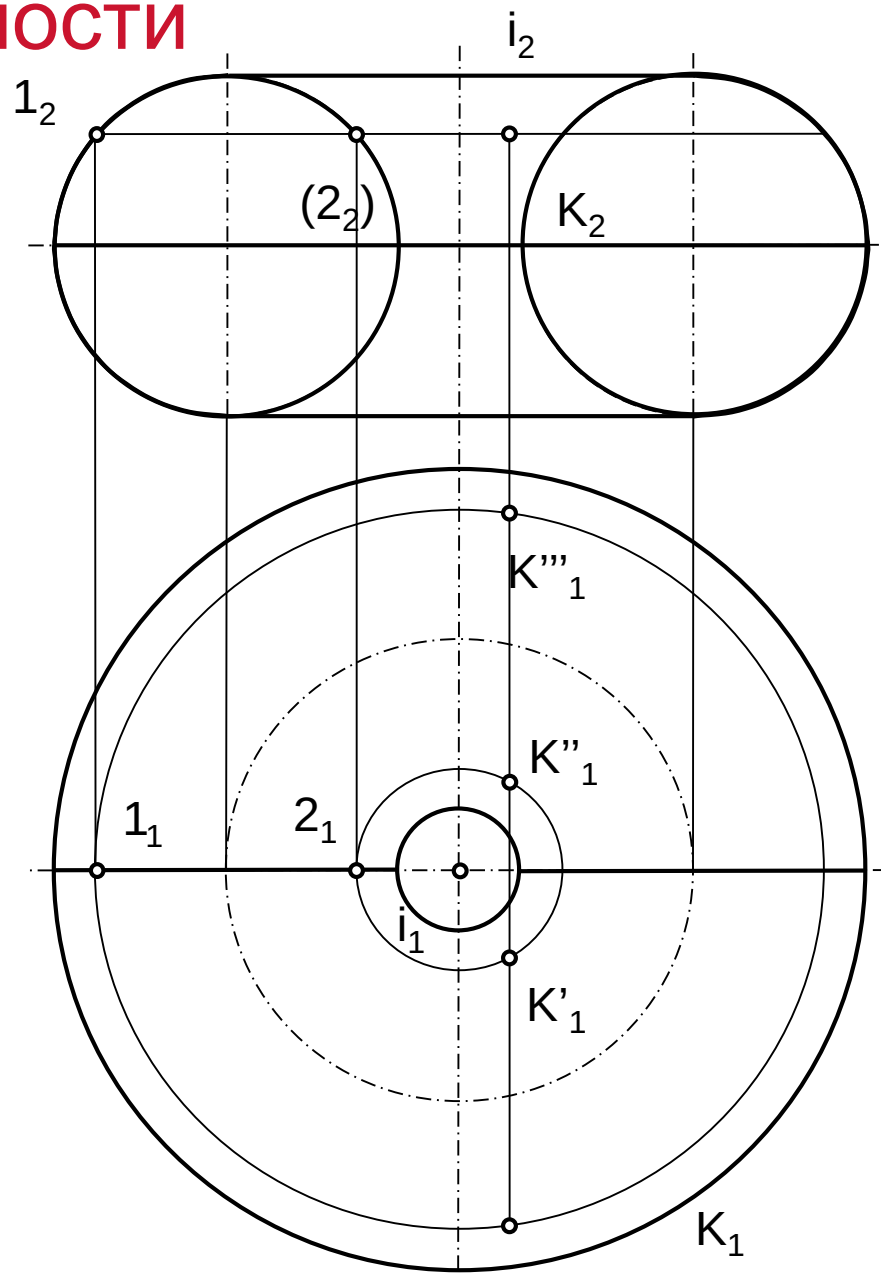
Тор открытый

$\Phi(a, i)$ a – окружность

$t > R$



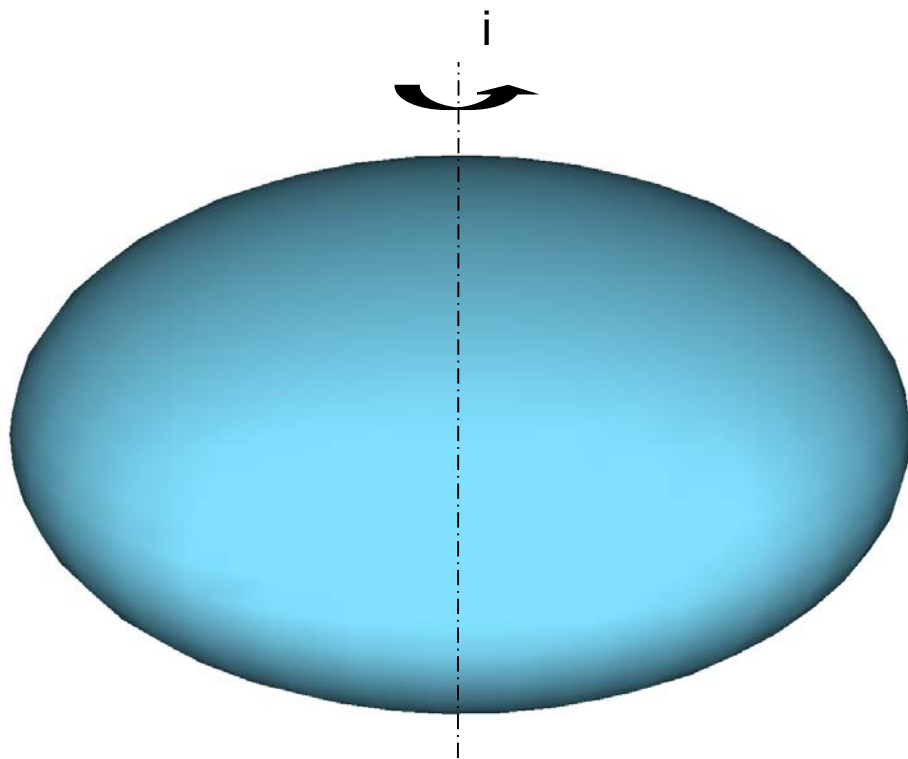
$$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4 a^2 (x^2 + y^2), \quad a > b$$



Закономерные поверхности вращения

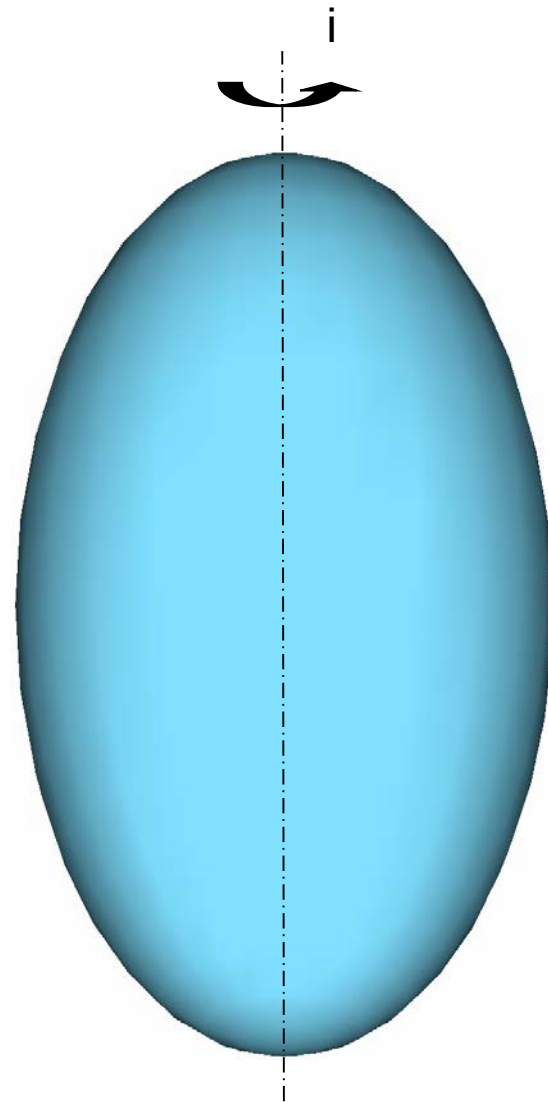
Эллипсоид вращения

$\Phi(a, i)$ a – эллипс



сжатый

$$a^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$$



вытянутый

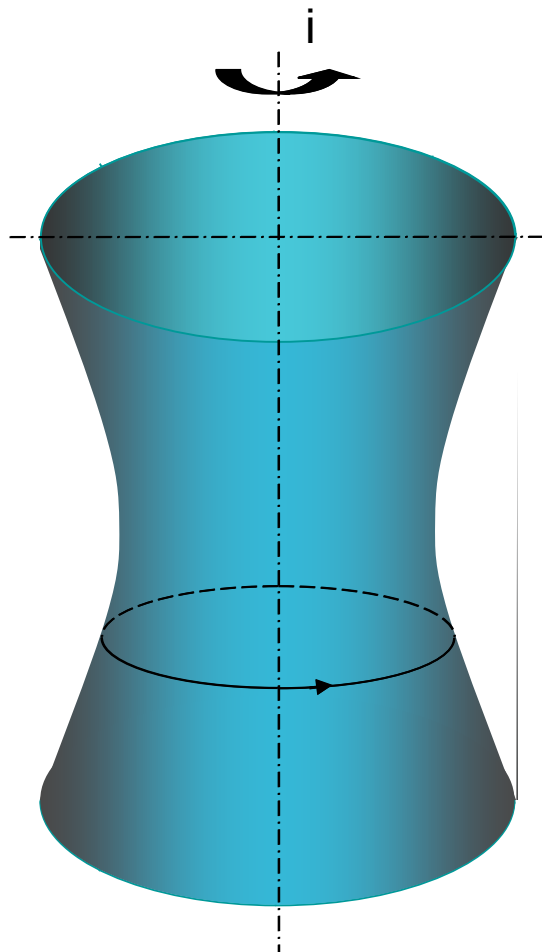
$$b^2(x^2 + y^2) + b^2z^2 = a^2b^2$$

Гиперболоид вращения

$\Phi(a, i)$

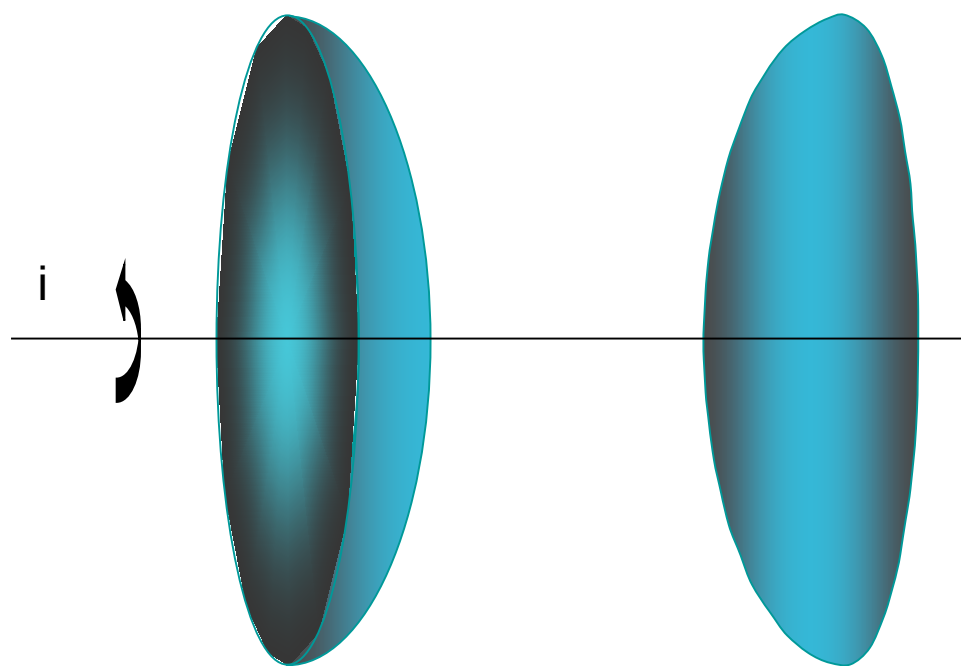
a – гипербола

$a \perp i$



однополостной

$$b^2 z^2 - a^2(x^2 + y^2) = a^2 b^2$$

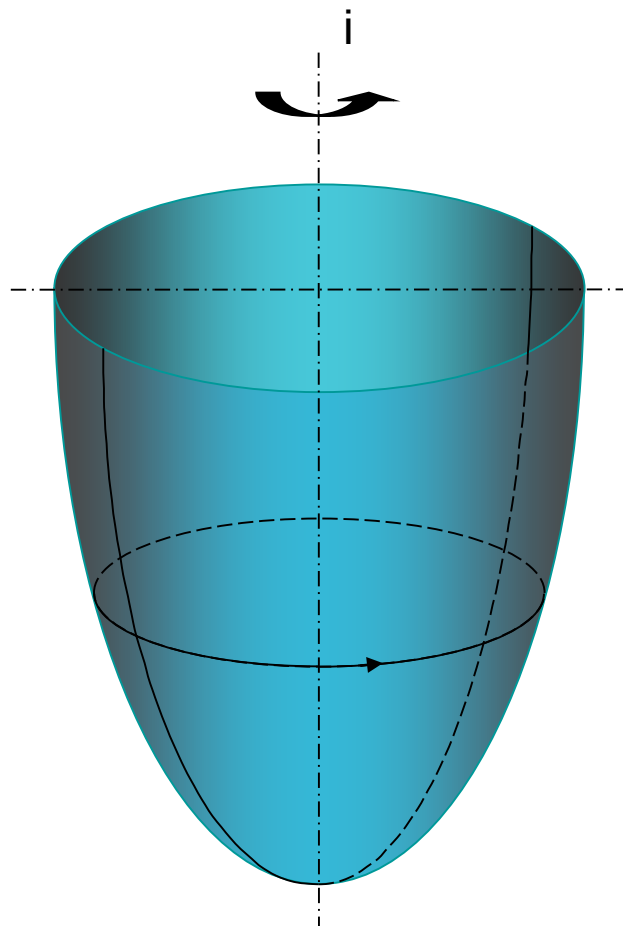


двухполостной

$$b^2(x^2 + y^2) - a^2 z^2 = a^2 b^2$$

Параболоид вращения

$\Phi(a, i)$ а – парабола



$$x^2 + y^2 = 2pz$$